

平成25年度入試
個別学力試験問題（前期日程）

数 学

〔物質科学科
地球資源環境学科
機械・電気電子工学科
建築・生産設計工学科〕

注 意

1. 問題紙は指示があるまで開いてはいけません。
2. 問題紙は2ページ、解答用紙は3枚です。指示があってから確認し、解答用紙の所定の欄に受験番号を記入してください。
3. 答えはすべて解答用紙の所定のところに記入してください。
4. 解答用紙の裏面は使わないでください。
5. 各問題とも必ず解答の過程を書き、結論を明示してください。
小問に分けられているときは、小問の結論を明示してください。
6. 解答用紙は持ち帰ってはいけません。
7. 試験終了後、問題紙は持ち帰ってください。

- 1 円周上に異なる n 個の点があり、どの 2 点も線分で結ばれている。ここで n は 4 以上の自然数とする。同様の確からしさで異なる 2 本の線分を 1 組選ぶとき、その 2 本が円の内部で交わっている確率を考える。たとえば、 $n = 4$ のときは、線分が 6 本、異なる 2 本の線分の組が 15 組、そのうち円の内部で交わるものは 1 組で、円の内部で交わっている確率は $\frac{1}{15}$ となる。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) $n = 5$ のとき、線分の数、異なる 2 本の線分の組の数、そのうち円の内部で交わっている組の数をそれぞれ求めよ。また、異なる 2 本の線分を 1 組選ぶとき、その 2 本が円の内部で交わっている確率を求めよ。
- (2) 一般に、異なる 2 本の線分を 1 組選ぶとき、その 2 本が円の内部で交わっている確率を n を用いて表せ。

- 2 次の問いに答えよ。

- (1) 異なる 2 点 $(-3, -3)$, (a, b) を通る直線の方程式を求めよ。ただし、 a, b は実数とする。
- (2) 媒介変数表示

$$x = 2 \cos t, \quad y = -\sin^2 t$$

で表される曲線の概形をかけ。

- (3) 関数 $f(t) = \frac{-\sin^2 t + 3}{2 \cos t + 3}$ の最大値および最小値を求めよ。

3 A を 2 次正方行列とする。座標平面上の点 $P_1(1, 0)$ が、 A の表す移動により $\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ に、 A^2 の表す移動により $\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ に移るとする。このとき、次の問いに答えよ。

(1) A を求めよ。

(2) $B = \frac{1}{2}A^3$ とする。 B の表す移動によって、点 P_1 が移る点を P_2 と定め、点 P_2 が移る点を P_3 と定める。以下同様にして B の表す移動によって点 P_{n-1} が移る点を P_n と定める。このとき、点 P_n の座標を求めよ。

(3) (2) で定めた点 P_n から曲線 $y = x^2$ に引いた接線で、 x 軸に平行でないものの傾きを a_n とおく。このとき、 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ を求めよ。