

平成25年度入試
個別学力試験問題（前期日程）

数 学
(数理・情報システム学科)

注 意

1. 問題紙は指示があるまで開いてはいけません。
2. 問題紙は2ページ、解答用紙は4枚です。指示があってから確認し、解答用紙の所定の欄に受験番号を記入してください。
3. 答えはすべて解答用紙の所定のところに記入してください。
4. 解答用紙の裏面は使わないでください。
5. 各問題とも必ず解答の過程を書き、結論を明示してください。
小問に分けられているときは、小問の結論を明示してください。
6. 解答用紙は持ち帰ってはいけません。
7. 試験終了後、問題紙は持ち帰ってください。

1 次の問いに答えよ。

- (1) k, ℓ を自然数で、 $k > \ell$ とする。 ℓ から k までの $k - \ell + 1$ 個の自然数から、同じものを繰り返し使うことを許して 3 個取り出して並べた数列を作る。そのうち、 k と ℓ の両方を含む数列の総数を k と ℓ を用いて表せ。
- (2) さいころを 3 回投げるとき、3 つの出た目の最大値を M 、最小値を m とし、 $R = M - m$ とする。 R の期待値を求めよ。

2 3 次関数 $f(x)$ は $x = 1$ と $x = 3$ で極値をとり、曲線 $y = f(x)$ は点 $(0, 1)$ と点 $(1, 3)$ を通るとする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 関数 $f(x)$ を求めよ。
- (2) 曲線 $y = f(x)$ 上の点 $(t, f(t))$ における接線の方程式を求めよ。
- (3) 曲線 $y = f(x)$ に接し、原点 $(0, 0)$ を通る直線の本数を求めよ。

3 数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ を

$$a_1 = 1, \quad b_1 = 0, \quad a_{n+1} = \frac{1}{4}a_n - \frac{\sqrt{3}}{4}b_n, \quad b_{n+1} = \frac{\sqrt{3}}{4}a_n + \frac{1}{4}b_n$$

によって定め、座標が (a_n, b_n) である点を C_n する。原点を O とするとき、次の問いに答えよ。

- (1) $\overrightarrow{OC_n}$ の大きさ $|\overrightarrow{OC_n}|$ を、 n を用いて表せ。
- (2) $\overrightarrow{OC_n}$ と $\overrightarrow{OC_{n+1}}$ のなす角を求めよ。
- (3) S_n を $\triangle OC_n C_{n+1}$ の面積とすると、 $S_n \leq \frac{1}{2^{2013}}$ をみたす最小の自然数 n を求めよ。

4 $x < 1$ に対して、 $f(x) = |x| \log(1-x)$ とおく。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 関数 $y = f(x)$ は $x = 0$ で微分可能かどうかを調べよ。
- (2) 関数 $y = f(x)$ のグラフと直線 $y = -x$ の交点を求めよ。
- (3) 不定積分 $\int x \log(1-x) dx$ を求めよ。
- (4) $x \leq 0$ において関数 $y = f(x)$ のグラフと直線 $y = -x$ で囲まれた図形の面積 S を求めよ。