

平成26年度入試
個別学力試験問題（前期日程）

数 学

〔物質科学科
地球資源環境学
機械・電気電子工
建築・生産設計工〕

注 意

1. 問題紙は指示があるまで開いてはいけません。
2. 問題紙は2ページ、解答用紙は3枚です。指示があってから確認し、解答用紙の所定の欄に受験番号を記入してください。
3. 答えはすべて解答用紙の所定のところに記入してください。
4. 解答用紙の裏面は使わないでください。
5. 各問題とも必ず解答の過程を書き、結論を明示してください。
小問に分けられているときは、小問の結論を明示してください。
6. 解答用紙は持ち帰ってはいけません。
7. 試験終了後、問題紙は持ち帰ってください。

1 最初の持ち点を1点として、 n 回硬貨を投げ、投げるたびに、表が出ると持ち点は $\frac{7}{4}$ 倍に、裏が出ると持ち点は $\frac{1}{2}$ 倍になるゲームを考える。たとえば、 $n=2$ で表、裏の順に出れば、持ち点は $1 \times \frac{7}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{7}{8}$ 点となる。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) $n=2$ のとき、ゲームが終わったあとの持ち点のとりうる値をすべて求めよ。
- (2) $n=4$ のとき、ゲームが終わったあとの持ち点が1点以下になる確率を求めよ。
- (3) $n=k$ のとき、ゲームが終わったあとの持ち点の期待値を k を用いて表せ。

2 a, b は $a < b$ をみたす実数とする。放物線 $C: y = x^2$ 上の2点 $A(a, a^2)$, $B(b, b^2)$ を考える。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 直線 AB の方程式を a と b を用いて表せ。
- (2) 放物線 C と直線 AB で囲まれた図形の面積 S を a と b を用いて表せ。
- (3) $a < t < b$ の範囲で点 $P(t, t^2)$ が動くとき、放物線 C と直線 AP で囲まれた図形の面積を $S_1(t)$ 、放物線 C と2直線 AB, AP で囲まれた図形の面積を $S_2(t)$ とする。このとき、等式 $S_2(t) = 7S_1(t)$ をみたす t を a と b を用いて表せ。

3 点 $(0, 5)$ を通る直線 ℓ と楕円 $C: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ を考える。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 楕円 C と共有点をもつ直線 ℓ の方程式をすべて求めよ。
- (2) 楕円 C と直線 ℓ が接するとき、その接点の座標を求めよ。
- (3) 楕円 C と直線 ℓ が第一象限で接するとき、 C と ℓ および y 軸で囲まれた図形を y 軸のまわりに 1 回転させてできる立体の体積 V を求めよ。