

平成27年度入試
個別学力試験問題（前期日程）

数 学

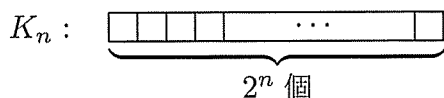
〔医学部医学科〕
〔総合理工学部数理・情報システム学科〕

学部・学科	問題
医学部医学科	1, 3, 4, 5
総合理工学部数理・情報システム学科	2, 3, 4, 5

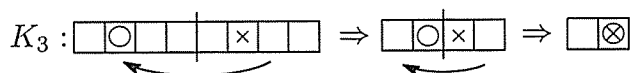
注 意

1. 問題紙は指示があるまで開いてはいけません。
2. 問題紙は3ページ、解答用紙は4枚です。指示があってから確認し、解答用紙の所定の欄に受験番号を記入してください。
3. 医学部医学科の受験生は1, 3, 4, 5の問題を、総合理工学部数理・情報システム学科の受験生は2, 3, 4, 5の問題を解答してください。
4. 答えはすべて解答用紙の所定のところに記入してください。
5. 解答用紙の裏面は使わないでください。
6. 各問題とも必ず解答の過程を書き、結論を明示してください。
小問に分けられているときは、小問の結論を明示してください。
7. 解答用紙は持ち帰ってはいけません。
8. 試験終了後、問題紙は持ち帰ってください。

- 1 (医学部医学科用問題) n を自然数とする。下図のように、同じ大きさの正方形のマスが 2^n 個描かれた透明なシート K_n を使って次のゲームを行う。



まず、1 から 2^n までの自然数の中から無作為に一つ選ぶ試行を 2 回行い、1 回目に選ばれた自然数を x_1 、2 回目に選ばれた自然数を x_2 とする ($x_1 = x_2$ となることもある)。このとき、 K_n の左から x_1 個目のマスに $\bigcirc$ を記入し、左から x_2 個目のマスに $\times$ を記入する。次に、このシートを中央の線 (左右のマスの数が等しくなるような縦の線) で折り畳むという操作を繰り返し行い、 $\bigcirc$ が書かれたマスと $\times$ が書かれたマスが重なったときゲームを終了する。ゲームが k 回の操作で終了したとき、得点を k とする。例えば、 $n = 3, x_1 = 2, x_2 = 6$ のとき、下図のようになり、得点は 2 となる。



ただし、 $\bigcirc, \times$ が始めから同じマスにある場合は得点を 0 とする。以上のゲームにおいて k 点を得る確率を $p(n, k)$ とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) $p(n, 1)$ を求めよ。また、 $n \geq 2$ のとき、 $p(n, 2)$ を求めよ。
- (2) $2 \leq k \leq n$ のとき、 $p(n, k)$ を $p(n-1, k-1)$ を用いて表せ。
- (3) $1 \leq k \leq n$ のとき、 $p(n, k)$ を求めよ。

2 (総合理工学部数理・情報システム学科用問題) t を $0 < t < 1$ をみたす実数とする。 xy 平面上の 3 点 $A(-1, 1)$, $B(0, -1)$, $C(1, 1)$ に対し, 線分 AB を $t:1-t$ に内分する点を P とし, 線分 BC を $t:1-t$ に内分する点を Q とする。さらに, 線分 PQ を $t:1-t$ に内分する点を R とし, 点 P と点 Q を通る直線を ℓ とする。このとき, 次の問いに答えよ。

- (1) 点 R の座標を t を用いて表せ。
- (2) 直線 ℓ が曲線 $y = x^2$ の点 R における接線であることを示せ。
- (3) t が条件 $0 < t < 1$ をみたしながら変化するとき, 直線 ℓ が通過する領域を図示せよ。

3 (共通問題) xy 平面上に原点 O と 2 点 A, B がある。 $\overrightarrow{OA}$ の大きさを 3, $\overrightarrow{OB}$ の大きさを 4 とする。このとき, 次の問いに答えよ。

- (1) $\overrightarrow{OA}$ と $\overrightarrow{OB}$ のなす角が $\frac{2\pi}{3}$ であるとき, $\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OB}$ の大きさを求めよ。
- (2) α が $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ の範囲にあり, $\sin \alpha = \frac{1}{4}$ をみたすとする。 $\overrightarrow{OA}$ と $\overrightarrow{OB}$ のなす角が 4α であるとき, $\triangle OAB$ の面積を求めよ。
- (3) 点 $E(1, 0)$ に対し, $4\overrightarrow{OA} + 3\overrightarrow{OB} - 12\overrightarrow{OE} = \vec{0}$ が成り立つとき, $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$ を求めよ。

4 (共通問題) $f(x) = xe^x$ とするとき、次の問いに答えよ。ただし e は自然対数の底とし、 $2 < e < 3$ 、 $\lim_{x \rightarrow \infty} xe^{-x} = 0$ であることは用いてよい。

- (1) 関数 $y = f(x)$ の増減およびグラフの凹凸を調べ、そのグラフの概形をかけ。
- (2) 曲線 $y = f(x)$ と直線 $x = -1$ 、 $x = 1$ および x 軸で囲まれた 2 つの部分の面積の和を求めよ。
- (3) t を実数とし、数列 $\{a_n\}$ を

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = f(t)a_n + 1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定める。 $t \leq \frac{1}{2}$ ならば、 $\{a_n\}$ は収束することを示せ。

5 (共通問題) xy 平面において、点 $P(x, y)$ と点 $(2, 0)$ の距離が、点 P と直線 $x = 1$ の距離の $\sqrt{2}$ 倍と等しくなるような点 P の描く曲線を C とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 曲線 C の方程式を求めよ。
- (2) t を 0 でない実数とし、曲線 C と直線 $x + y = t$ との交点を Q とする。点 Q の座標を t を用いて表せ。
- (3) (2) で求めた点 Q から x 軸に下ろした垂線を QH とする。 t が $2 \leq t \leq 4$ の範囲を動くとき、線分 QH が通過してできる図形の面積を求めよ。

