

平成28年度入試
個別学力試験問題（前期日程）

数 学

〔医学部医学科〕
〔総合理工学部数理・情報システム学科〕

学部・学科	問題
医学部医学科	1, 3, 4, 5
総合理工学部数理・情報システム学科	2, 3, 4, 5

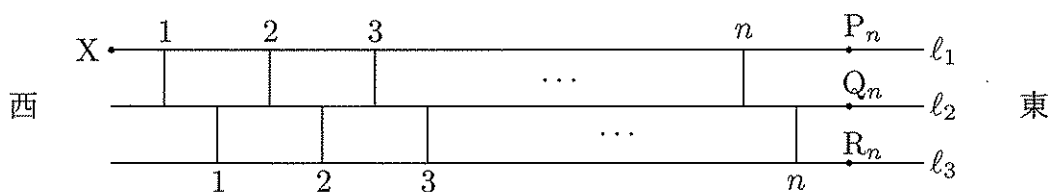
注 意

1. 問題紙は指示があるまで開いてはいけません。
2. 問題紙は3ページ、解答用紙は4枚です。指示があってから確認し、解答用紙の所定の欄に受験番号を記入してください。
3. 医学部医学科の受験生は1, 3, 4, 5の問題を、総合理工学部数理・情報システム学科の受験生は2, 3, 4, 5の問題を解答してください。
4. 答えはすべて解答用紙の所定のところに記入してください。
5. 解答用紙の裏面は使わないでください。
6. 各問題とも必ず解答の過程を書き、結論を明示してください。
小問に分けられているときは、小問の結論を明示してください。
7. 解答用紙は持ち帰ってはいけません。
8. 試験終了後、問題紙は持ち帰ってください。

1 (医学部医学科用問題) k を自然数とする。次の問いに答えよ。

- (1) $\sqrt{n^2 + 7}$ が自然数となるような自然数 n をすべて求めよ。
- (2) $\sqrt{n^2 + 7^2}$ が自然数となるような自然数 n をすべて求めよ。
- (3) $\sqrt{n^2 + 7^k}$ が自然数となるような自然数 n をすべて求めよ。

2 (総合理工学部数理・情報システム学科用問題) n を自然数とする。下図のように、3本の平行な道路 l_1, l_2, l_3 があり、 l_1, l_2 をつなぐ縦の道と、 l_2, l_3 をつなぐ縦の道がそれぞれ n 本ずつ、交互に配置されているとする。



次の規則に従い図の X から出発して P_n, Q_n, R_n に到達する経路の個数をそれぞれ a_n, b_n, c_n とする。

(規則) l_1, l_2, l_3 は一方通行であり、西方向には進むことができない。

また、一度通った縦の道を再び通ることもできない。

次の問いに答えよ。

- (1) a_2, b_2 を求めよ。
- (2) a_{n+1} を a_n, b_n を用いて表せ。
- (3) $b_n = c_n$ が成り立つことを証明せよ。
- (4) $a_1, b_1, a_2, b_2, \dots, a_k, b_k, \dots$ と順に並べてできる数列を $\{f_n\}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) とする。 f_{n+2} を f_n, f_{n+1} を用いて表せ。また、それを用いて a_7 を求めよ。

3 (共通問題) 次の問いに答えよ。

- (1) 2 次方程式 $t^2 + 5t + 2 = 0$ の解を α, β とするとき、 $\alpha^2 + \beta^2$ の値を求めよ。
- (2) u, v を実数とする。2 次方程式 $t^2 - ut + v = 0$ が実数解をもつとき、点 (u, v) の存在範囲を図示せよ。
- (3) 平面上の点 (a, b) が原点を中心とする半径 1 の円の内部を動くとき、点 $(a + b, ab)$ の動いてできる領域を図示せよ。

4 (共通問題) 複素数平面上に点 $O(0)$, $P(-1 + \sqrt{3}i)$, $Q(2)$ と、これら 3 点を通る円 C がある。ただし、 i は虚数単位とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 複素数 $-1 + \sqrt{3}i$ を極形式で表せ。ただし、偏角 θ の範囲は $0 \leq \theta < 2\pi$ とする。
- (2) $\angle OPQ$ の大きさを求めよ。
- (3) 円 C と虚軸との交点のうち、 O でない点を R とする。 R を表す複素数を求めよ。
- (4) 円 C の中心を表す複素数を c とする。点 z が円 C 上を動くとき、複素数 $w = \frac{z-1}{z-c}$ がえがく図形を図示せよ。

5 (共通問題) $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ とする。 xy 平面上の曲線 $\frac{x^2}{\cos^2 \alpha} + \frac{y^2}{\sin^2 \alpha} = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$ の $x \geq 0, y \geq 0$ の部分を $C(\alpha)$ とし、曲線 $C(\alpha)$ と y 軸、および直線 $y = x$ で囲まれた図形を $D(\alpha)$ で表す。次の問いに答えよ。

- (1) 曲線 $C(\alpha)$ と直線 $y = x$ の交点の座標を求めよ。
- (2) 図形 $D(\alpha)$ の面積 $S(\alpha)$ を求めよ。
- (3) 図形 $D(\alpha)$ を x 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積 $V(\alpha)$ を求めよ。
- (4) (2), (3) で求めた $S(\alpha), V(\alpha)$ に対して、 $\lim_{\alpha \rightarrow +0} \frac{\{V(\alpha)\}^2}{\{S(\alpha)\}^3}$ を求めよ。