

平成8年度信州大学教育学部入学者選抜試験

1. 1次変換 f は2点 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) をそれぞれ $(1, -1)$, $(1, 1)$ に移す. このとき, 次の各問に答えなさい.

(1) f を表す行列を求めなさい.

(2) f によって点 (x, y) は原点 $(0, 0)$ に移される. このような (x, y) は原点のみであることを示しなさい.

(3) 平面上の任意の3点 P, Q, R に対して, それらを f で移した先の点を P', Q', R' とする. $\triangle PQR$ の面積を S , $\triangle P'Q'R'$ の面積を S' とするとき, それらの比 $\frac{S'}{S}$ を求めなさい.

2. 空間内に2つの平面 $\alpha: 2x + y + 3z = 11$, $\beta: e^t x + y - z = e^t + 1$ がある. α と β とが交わってできる直線を ℓ_t とする. このとき, 次の各問に答えなさい.

(1) どのような t についても, ℓ_t はある点 P を通る. P の座標を求めなさい.

(2) ℓ_t の方程式を求めなさい.

(3) ℓ_t と z 軸が垂直であるとき, ℓ_t 上の点から z 軸までの距離の最小値を求めなさい.

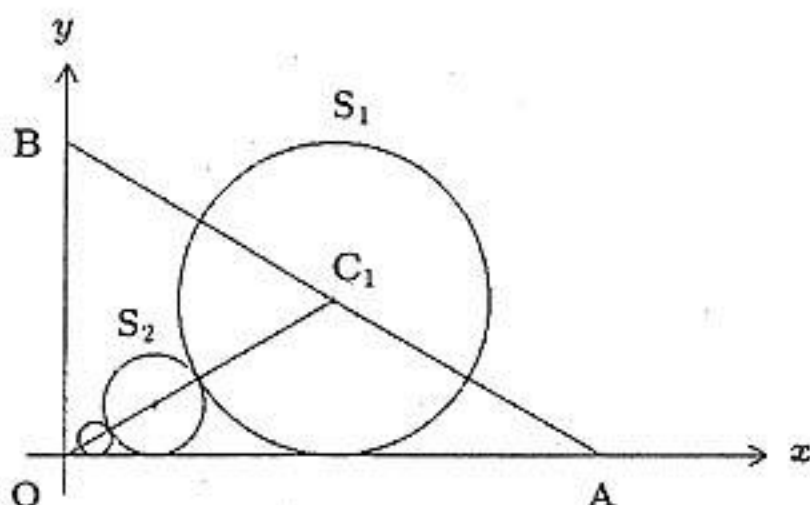
3. 次の各問に答えなさい.

(1) 関数 $f(\theta) = \frac{1 + \sin \theta}{\cos \theta + \sqrt{3} \sin \theta}$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) の増減を調べ, 極小値とそのときの θ の値を求めなさい.

(2) xy 平面上に2点 $A(\sqrt{3}, 0)$, $B(0, 1)$ と円 S_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) がある. S_n はすべて x 軸に接していて, S_1 の中心 C_1 は線分 AB 上にある. また $n \geq 2$ について, S_n は S_{n-1} に外接し, S_n の中心 C_n は線分 OC_{n-1} 上にある.

(i) $\angle C_1 OA = \theta$ とおくとき, S_1 の半径 r_1 を θ で表しなさい.

(ii) S_n の半径 r_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) の総和 $\ell = \sum_{n=1}^{\infty} r_n$ を θ で表し, S_1 の中心 C_1 が線分 AB 上を動くときの ℓ の最小値を求めなさい.



4. 次の各問に答えなさい.

(1) $y = \log(\sqrt{2} \sin x)$ ($0 < x < \pi$) のグラフの凹凸を調べて, そのグラフをかきなさい.

(2) (1) の曲線の x 軸より上にある部分の長さを求めなさい.