

# 平成 8 年 度 入 学 試 験 問 題

## 数 学 (理)

### 注 意 事 項

1. この問題冊子は試験開始の合図があるまで開いてはいけない。
2. 解答用紙は問題冊子とは別になっているので解答はすべて解答用紙の指定されたところに記入すること。
3. 受験番号を解答用紙の指定されたところへ必ず記入し、決して氏名を書いてはいけない。
4. この冊子は持ち帰ること。

1  $A$  は 2 次の正方行列で,  $0$  でない実数  $c$  について

$$A \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ c \end{pmatrix}, \quad A^2 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -c \end{pmatrix}$$

を満たすものとする。

(1) 任意の自然数  $n$  に対して  $A^{n+2} = -A^{n+1} + 2A^n$  が成り立つことを示せ。

(2)  $A^n$  の  $(1, 1)$  成分を  $a_n$  とするとき,  $a_n$  を求めよ。

2

双曲線  $C_1 : xy = 2$  を原点の回りに  $45^\circ$  回転して得られる双曲線を  $C_2$  とする。

- (1)  $C_2$  の方程式を求めよ。
- (2)  $C_1, C_2$  に共通な接線をすべて求めよ。

**3**  $2 - 2\sqrt{2} < a < 2 + 2\sqrt{2}$  とする。点  $(1, -1)$  を通る傾き  $a$  の直線  $l$  上の動点  $P$  から曲線  $y = x^2$  に引いた相異なる 2 つの接線と曲線  $y = x^2$  で囲まれる図形の面積の最小値を  $f(a)$  とする。

(1)  $f(a)$  を求めよ。

(2)  $f(a)$  が最大となる  $a$  の値を求めよ。

**4**  $x_1 = 1, x_{n+1} = \frac{x_n}{nx_n + 1} \quad (n = 1, 2, \dots)$

で与えられる数列  $\{x_n\}$  がある。

(1) 数列  $\{x_n\}$  の一般項を求めよ。

(2)  $x_n < \frac{1}{50}$  となる最小の自然数  $n$  を求めよ。