

# 平成 8 年度 入学試験問題

## 数 学

(微分・積分)

### 注 意 事 項

1. この問題冊子は試験開始の合図があるまで開いてはいけない。
2. 解答用紙は問題冊子とは別になっているので、解答はすべて解答用紙の指定されたところに記入すること。
3. 受験番号を解答用紙の指定されたところへ必ず記入し、決して氏名を書いてはいけない。
4. <sup>数理・自然情報科学科</sup>理学部の~~数学科~~を志望する者、及び出願の際、微分・積分を選択科目として届けた者は、微分・積分を解答すること。
5. この冊子は持ち帰ること。

- 1** 初項が 1 の無限数列  $\{a_n\}$  がある。 $n \geq 2$  のとき、初項  $a_1$  から第  $n$  項  $a_n$  までの和が  $a_n$  の  $2n^2 + 3n + 1$  倍になっているものとする。この数列の一般項  $a_n$  と和  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  を求めよ。

**2** 曲線  $y = \frac{x^2}{10-x^2}$  の  $0 \leq x \leq 3$  の部分を  $y$  軸の回りに回転してできる容器を考える。容器が空の状態から毎秒 5 の割合で、この容器に水を注ぐ。

(1) 水面の高さが  $h$  になるのは何秒後か。ただし、 $0 \leq h \leq 9$  とする。

(2)  $t$  秒後の水面の高さを  $h = h(t)$  とするとき、 $\frac{dh}{dt}$  を  $h$  で表せ。

(3) 水面の高さが 3 のとき、時間に対して水面の面積はどのような割合で変化するか。

**3** 関数  $f(x)$  の導関数を  $f'(x)$ 、第2次導関数を  $f''(x)$  と表す。関数  $f(x)$  は  $f''(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$  を満たし、 $f(0) = 1$ 、 $f'(0) = 0$  となるものとする。

(1)  $f(x)$  を求めよ。

(2)  $x_1 > 0$  とする。曲線  $y = f(x)$  ( $0 \leq x \leq x_1$ ) の長さを  $l$  とし、この曲線、 $x$  軸、 $y$  軸および直線  $x = x_1$  で囲まれる図形の面積を  $S$  とする。 $l$  と  $S$  との関係を求めよ。