

数 学（経済システム法学科）

注 意 事 項

1. この問題冊子は試験開始の合図があるまで開いてはいけない。
2. 解答用紙は問題冊子とは別になっているので、解答はすべて解答用紙の指定されたところに記入すること。なお、解答用紙が似ているので、注意すること。
3. 受験番号を解答用紙の指定されたところへ必ず記入し、決して氏名を書いてはいけない。
4. 解答方法の詳しい説明が別に配布されているので、よく読んでから解答すること。
5. この冊子は持ち帰ること。

数学の解答にあたっての注意事項

数学の問題冊子には全部で9個の問題が、4つの問題群

1, 2, 3, 4 に分けられて書かれている。

- (1) 4つの問題群よりまず3つの問題群を選択し、さらに選択した各問題群よりそれぞれ1題ずつ選択し、合計3題解答すること。
- (2) 解答用紙は、各問題群ごとに別になっている。解答用紙が似ているので注意すること。
- (3) 各問題群に対応する解答用紙の問題群選択欄の中から、その問題群を選択する、しないのどちらか選んだほうに○印をつけ、選択しない問題群の解答用紙の真ん中に、大きく×印をつけること。

例)

問題群選択	
(する)	しない

- (4) 選択した問題群に対応する解答用紙の解答番号マーク欄の中から、選択した問題番号を選び、○印でかこむこと。

例)

解答番号マーク欄	
3 - 1	(3 - 2)

問題群 1

次の 1-1, 1-2 の2題から1題を選び解答せよ。

1-1 得点が1点, 0点, -1点の3通りに得られるゲームがある。得点が1, 0, -1である確率はそれぞれ $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ とする。今, n を2以上の与えられた自然数とする。このゲームを何回か行い, 1回目からの合計得点が最初に n 点または $-n$ 点に達したとき, ゲームをやめることにする。 k 回目でゲームをやめる確率を $P(k)$ としたとき, $k = n, n+1, n+2$ について, それぞれ $P(k)$ を求めよ。

1-2 同じ品質のガラス板がたくさんある。このガラス板を10枚重ねて光を通過させたとき, 光の強さがはじめの $\frac{2}{5}$ 倍になった。通過した光の強さをはじめの $\frac{1}{8}$ 倍以下にするには, このガラス板を何枚以上重ねればよいか。ただし, $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 5 = 0.6990$ とする。

問題群 2

次の 2-1, 2-2 の2題から1題を選び解答せよ。

2-1 次の各問いに答えよ。

(1) $p + q = 4$, $pq = 3$, $r + s = 1$, $rs = -2$ のとき,

$(pr + qs)^3 + (ps + rq)^3$ の値を求めよ。

(2) x の整式 $x^3 + 3x^2 + ax + a$ が $x^2 + bx + 1$ で割り切れるように定数 a, b の値を定めよ。

2-2 r を実数とする (ただし, $r \neq 0, 1$)。2つの数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ が次のように帰納的に定義されているとき, それぞれの一般項 a_n, b_n を求めよ。

(1) $a_1 = 1$, $a_n - ra_{n-1} = 1$ ($n = 2, 3, 4, \dots$)

(2) $b_1 = 1$, $b_n - rb_{n-1} = n$ ($n = 2, 3, 4, \dots$)

問題群 3

次の 3-1, 3-2 の2題から1題を選び解答せよ。

3-1 空間内に点 A_n ($n = 1, 2, \dots, 5$) が与えられている。点 Q は $\sum_{n=1}^5 \overrightarrow{QA_n} = \vec{0}$

を満たすものとする。このとき任意の点 P に対して次の等式が成り立つことを示せ。

$$(1) \quad 5\overrightarrow{PQ} = \sum_{n=1}^5 \overrightarrow{PA_n}$$

$$(2) \quad 5|\overrightarrow{PQ}|^2 = \sum_{n=1}^5 |\overrightarrow{PA_n}|^2 - \sum_{n=1}^5 |\overrightarrow{QA_n}|^2$$

3-2 5個の銅貨 C_k ($k = 1, 2, \dots, 5$) を同時に投げる。確率変数 X_k は銅貨 C_k の

表が出たら $X_k = 1$, 裏が出たら $X_k = -1$ として定めるものとする。このとき, 確率変数

$Y = (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5)^2$ の平均値と分散を求めよ。

問題群 4

次の 4-1, 4-2, 4-3 の3題から1題を選び解答せよ。

4-1 関数 $f(x) = x \log x$ ($x > 0$) および定数 t ($t > 1$) が与えられている。曲線 $y = f(x)$ とその上の点 $(t, f(t))$ における接線および直線 $x = 1$ によって囲まれた部分の面積を $S_1(t)$ とする。直線 $x = 1$ と直線 $x = t$ の間にあつて、曲線 $y = f(x)$ と x 軸および直線 $x = t$ によって囲まれた部分の面積を $S_2(t)$ とする。このとき、以下の問いに答えよ。ただし、必要ならば不等式 $\log x < \sqrt{x}$ ($x > 0$) を用いてもよい。

- (1) 関数 $y = f(x)$ の増減およびグラフの凹凸を調べて、そのグラフの概形を描け。
- (2) $S_1(t)$ および $S_2(t)$ を求めよ。
- (3) 極限值 $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{S_1(t) \log t}{S_2(t)}$ を求めよ。

4-2 E を2次の単位行列とし、2次の正方行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ について、次の各問いに答えよ。

- (1) $A^2 - (a + d)A + (ad - bc)E = O$ を示せ。
- (2) $A^3 = O$ ならば $A^2 = O$ を示せ。

4-3 xy 平面において、原点 $O(0, 0)$ を中心とする半径1の円 C_0 と、最初にその中心が座標 $(2, 0)$ の点にあり、 C_0 上を反時計回りに滑ることなく回転移動する半径1の動円 C がある。動円 C の中心を O' とする。また原点 O を端点とする点 $A(1, 0)$ を通る半直線 OA から反時計回りに見たときの、半直線 OA と原点 O を端点とする半直線 OO' が作る角を θ ($0 \leq \theta \leq 2\pi$) とする。このとき、最初、座標 $(3, 0)$ の点にあった動円 C 上に固定された点 P と原点 O との距離 OP を θ を用いて表せ。また点 P の軌跡の概形を描け。