

[前期日程]	数	学
問	題	用 紙
合計 2 枚のうちの 1 枚目		

平成 9 年度信州大学教育学部入学者選抜試験

解答上の注意：問 1，問 2，問 3 は全問解答，問 4 と問 5 はどちらか 1 つを解答しなさい。

問 1. xy -平面上に

$$\text{円 } C : x^2 + y^2 + 6x - 2y + 8 = 0,$$

$$\text{直線 } l : x + y - 4 = 0$$

がある。このとき、次の各問に答えなさい。

- (1) 円 $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 2$ は直線 l と円 C に接していることを示しなさい。
- (2) 直線 l に接し、円 C と外接しながら動く円の中心が描く曲線の方程式を求めなさい。

問 2.

$$a_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k} - \log \left(n + \frac{1}{2} \right) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

とおくとき、次の各問に答えなさい。

- (1) 関数 $f(x) = \frac{1}{x} - \log \frac{2x+1}{2x-1} \quad \left(x > \frac{1}{2} \right)$ の増減を調べて、 $y = f(x)$ のグラフの概形を書きなさい。
- (2) すべての n について、 $a_n > a_{n+1}$ が成り立つことを示しなさい。
- (3) すべての n について、 $a_n > 0$ が成り立つことを示しなさい。

問 3. xy -平面上に、点 $A(1,0)$, $B(0,1)$ と円 $C : x^2 + y^2 = 1$ がある。点 P を円 C の第 1 象限内の弧 AB 上を A から B まで動く点とし、点 Q を線分 PQ が x 軸に平行で $PQ=PA$ をみたす点とする。ただし、 Q の x 座標は P の x 座標より小さくないものとする。このとき、次の各問に答えなさい。

- (1) Q の x 座標の最大値を求めて、 Q の軌跡の概形を書きなさい。
- (2) 線分 PQ が動いて得られる図形の面積を求めなさい。

[前期日程]	数	学
問	題	用 紙
合計 2 枚のうちの 2 枚目		

平成 9 年度信州大学教育学部入学者選抜試験

問 4. 球面 $S : x^2 + y^2 + z^2 = 4$ に内接する正四面体 ABCD がある. 直線 AB はベクトル $\vec{v} = (2, 2, 1)$ に平行で, 点 $(a, 0, 0)$ を通る. このとき, 次の各問に答えなさい.

- (1) 点 A から平面 BCD に下ろした垂線の足を H とする. 正四面体 ABCD の一辺の長さを b とおくとき, 線分 AH の長さを b で表しなさい.
- (2) b の値を求めなさい.
- (3) a の値を求めなさい.
- (4) 辺 AB の中点の座標を求めなさい.

問 5. 複素平面上で, 点 $1 + \sqrt{3}i$ を中心とする半径 1 の円を C_1 とする. r は正の数とし, $\alpha = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ とする. このとき, 次の各問に答えなさい.

- (1) 点 z が円 C_1 上にあれば, 点 αz はある円 C_2 上にあることを示しなさい.
- (2) 円 C_1 と円 C_2 とが外接するとき, $\cos \theta$ を r の関数として表し, θ と r が取りうる値の範囲を求めなさい.
- (3) $\alpha \neq 1$ のとき, 円 C_2 は円 C_1 の内部に含まれないことを示しなさい.