

平成 9 年度

信州大学繊維学部精密素材工学科
個別学力検査（前期日程）数学課題

注意事項

1. この問題冊子は試験開始の合図があるまで開かないこと。
2. この問題冊子の表紙および各ページに受験番号を記入し、氏名は書かないこと。
3. この問題冊子は表紙と 6 ページの用紙からなる。
問題 [I] は 1 ページに
問題 [II] は 3 ページに
問題 [III] は 5 ページに記載されている。
4. 解答は、各問題の直後から記入すること。
5. 予備計算は各ページの裏面を使用すること。

[I]

 n を自然数とする数列 $\{a_n\}$ と $\{b_n\}$ が

$$a_n = \int_0^{2\pi} e^{-x} \sin nx \, dx$$

$$b_n = \int_0^{2\pi} e^{-x} \cos nx \, dx$$

で定められている。この時、次の問いに答えよ。

(1) a_n と b_n を求めよ。(2) 極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ と $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ を求めよ。(3) $c_n = a_n - b_n$ を最大とする n と c_n の値を求めよ。

[この問題の解答はこのページと次のページに記入すること。]

[II]

実数 x を変数とする関数 $g(x)$ が

$$g(x) = \cos x + \sin x + ax + b$$

である時、次の関係式

$$g(x) = \int_0^x (x-t)f(t) dt$$

を満たす関数 $f(x)$ と 2 つの定数 a と b を求めよ。

[この問題の解答はこのページと次のページに記入すること。]

[III]

実数 x を変数とする関数 $f(x) = e^{-x^2}$ に関して次の問いに答えよ。

- (1) 関数 $f(x)$ の増減表を示し、それに従って曲線 $y = f(x)$ の概形を図示せよ。
- (2) 曲線 $y = f(x)$ の変曲点における接線の方程式を求め、(1) の図にそれを図示せよ。
- (3) 2 つの変曲点を結ぶ直線より y の値が大きい領域で、曲線 $y = f(x)$ と (2) で求めた接線の方程式とで囲まれた部分を y 軸の周りに 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。

[この問題の解答はこのページと次のページに記入すること。]

