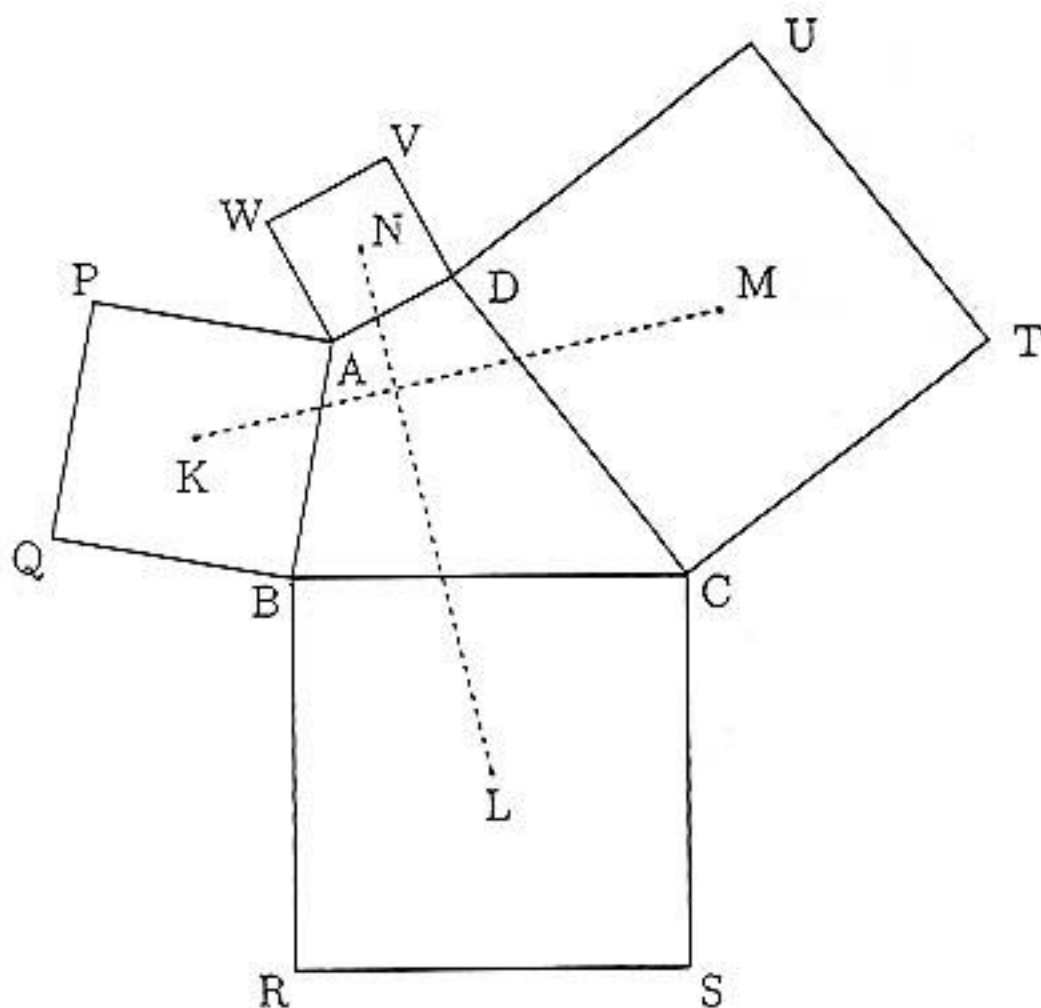


- 1 xyz 空間内に $P(t, 0, 0)$ を通ってベクトル $\vec{d} = (0, 1, \sqrt{3})$ に平行な直線 l と xy 平面上の円 $C: x^2 + y^2 = a^2, z = 0$ ($a > 0$) がある. 直線 l 上に点 Q , 円 C 上に点 $R(a \cos \theta, a \sin \theta, 0)$ をとるとき, 次の問に答えよ.

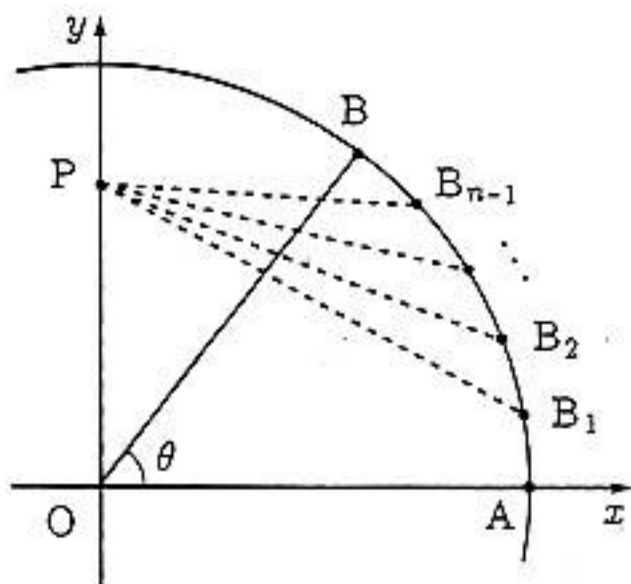
- (1) 2点 Q, R 間の距離 QR を表す式を求めよ.
- (2) Q が l 上を動き, R が C 上を動くとき QR の最小値を求めよ.

- 2 下図のように, 複素数平面上に四角形 $ABCD$ があり, 4点 A, B, C, D を表す複素数をそれぞれ z_1, z_2, z_3, z_4 とする. 各辺を1辺とする4つの正方形 $BAPQ, CBRS, DCTU, ADVW$ を四角形 $ABCD$ の外側に作り, 正方形 $BAPQ, CBRS, DCTU, ADVW$ の中心をそれぞれ K, L, M, N とおく.

- (1) 点 K を表す複素数 w_1 を z_1 と z_2 で表せ.
- (2) $KM = LN, KM \perp LN$ を証明せよ.
- (3) 線分 KM と線分 LN の中点が一致するのは四角形 $ABCD$ がどのような図形
のときか.



- 3 xy 平面上に 2 点 $A(1, 0)$, $P(0, t)$ と原点 O を中心とする半径 1 の円を考える. 第 1 象限内の円周上に点 B をとり $\angle BOA = \theta$ とおく. 右図のように, $\widehat{AB}$ 上に $\widehat{AB}$ を n 等分する $n-1$ 個の点 $B_1, B_2, \dots, B_{n-1}$ をとるとき, 次の問に答えよ.



(1) $M = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n-1} PB_k^2$ を t と θ で表せ.

(2) P が y 軸上を動くときの M の最小値を θ で表し, そのときの P の座標を求めよ.

(3) (2) のとき $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{OP}{AB}$ を求めよ.

- 4 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$ と $P = \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 2 \end{pmatrix}$ に対して, 次の問に答えよ. ただし, $2 - ab \neq 0$ とする.

(1) $P^{-1}AP = \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & -\lambda \end{pmatrix}$ を満たす正の数 λ と行列 P を求めよ.

(2) A^n を求めよ. ただし, n は正の整数とする.

(3) 正の整数 k に対して $A^k = \begin{pmatrix} a_k & b_k \\ c_k & d_k \end{pmatrix}$ とおくとき, $\sum_{k=1}^n (a_k d_k - b_k c_k)$ を求めよ.