

- 1 座標の原点を O 、点 A の座標を $(1, 0)$ とする。第 1 象限内に点 P 、 y 軸上に点 Q を、 $\angle PAO = \angle QPO = 90^\circ$ となるようにとる。線分 OQ の長さが最小になるときの $\angle POA$ の大きさを求めよ。

2

さいころを 100 回ふるとき、1 の目がちょうど k 回出る確率を p_k とする。

(1) 比 $\frac{p_k}{p_{k-1}}$ の値を k の式で表せ。ただし $1 \leq k \leq 100$ とする。

(2) p_k が最大となる k の値を求めよ。

3

数列 $\{a_n\}$ において、初項 a_1 から第 n 項 a_n までの和を S_n とする。この数列 $\{a_n\}$ を

$$a_1 = 3, \quad (n+2)^2 a_n = S_n \quad (n=2, 3, 4, \dots)$$

で定義する。

(1) a_n と a_{n-1} の間の関係を求めよ ($n=3, 4, 5, \dots$)。

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ を求めよ。

4

$f(x)$ が $0 \leq x \leq 1$ で連続な関数であるとき

$$\int_0^{\pi} x f(\sin x) dx = \frac{\pi}{2} \int_0^{\pi} f(\sin x) dx$$

が成立することを示し、これを用いて定積分

$$\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{3 + \sin^2 x} dx$$

を求めよ。