

平成11年度

信州大学繊維学部精密素材工学科
個別学力検査（前期日程） 数学課題

注意事項

1. この問題冊子は試験開始の合図があるまで開かないこと。
2. この問題冊子の表紙および各ページに受験番号を記入し、氏名は書かないこと。
3. この問題冊子は表紙と白紙および13ページの用紙からなる。

問題 1 は1ページに

問題 2 は6ページに

問題 3 は10ページに記載されている。

4. 解答は、各問題の次のページから記入すること。
5. 予備計算は各ページの裏面を使用すること。

問題 1 関数 $f(x) = \tan\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$ について次の問いに答えよ。

問 1 $f(x)$ のグラフをかき、その周期を示せ。

問 2 $x = 0$ を含む 1 周期内における $f(x)$ の変曲点と、その点における微分係数を求めよ。

問 3 $|x|$ が十分小さいとき、 $f(x)$ の近似式を求めよ。

問 4 $\int_0^{\frac{5}{6}\pi} f(x) dx$ を求めよ。

問題 2 関数 $f(x) = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x})$ について次の問いに答えよ。

問 1 $f(x)$ の第 n 次導関数を $f^{(n)}(x)$ とするとき、

$$\{f^{(2n+1)}(x)\}^2 - \{f^{(2n)}(x)\}^2 \text{ を求めよ。}$$

問 2 $f(x)$ の導関数を $f'(x)$ とするとき、

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{f'(x)} \text{ を求めよ。}$$

問 3 $f(x)$ の逆関数を $g(x) = f^{-1}(x)$ とする。 $g(x)$ が単調増加関数であることを示し、 $g'(0)$ の値を求めよ。

問題 3 曲線 C 上の座標が媒介変数 θ を用いて

$$x = \cos^3 \theta, \quad y = \sin^3 \theta$$

で表されるとき、次の問いに答えよ。

問 1 C 上の一点 $P(x, y)$ と原点を結ぶ距離の極小値を求めよ。

問 2 C 上の一点 $P(x, y)$ における法線の方程式を求めよ。

問 3 $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{3}$ における C の長さを求めよ。