

□1 $\triangle ABC$ は、3 辺の長さが

$$AB = 1, \quad BC = \sqrt{6}, \quad CA = 2$$

である。 $\overrightarrow{AB} = \vec{u}, \overrightarrow{AC} = \vec{v}$ とするとき、次の問いに答えよ。

(1) 内積 $\vec{u} \cdot \vec{v}$ を求めよ。

(2) $\triangle ABC$ の外心 (外接円の中心) を O とする。 $\overrightarrow{AO} = s\vec{u} + t\vec{v}$ となる実数 s, t を求めよ。

□2 3 次の整式 $f(x)$ を $x^2 - 1$ で割った余りと、 $x - 2$ で割った余りが等しいとする。また、曲線 $y = f(x)$ 上の点 $(1, f(1))$ における接線の傾きが -2 で、 $\int_{-1}^1 f(x)dx = -\frac{7}{3}$ である。 $f(x)$ を求めよ。

□3 □ 次の問いに答えよ。

(1) $x^3 - 63x + 162$ を因数分解せよ。

(2) 整数 a, b, c, d に対し、複素数 $u = a + b\sqrt{3}i$, $v = c + d\sqrt{3}i$ が次の2つの等式

$$u^3 + v^3 = -162, \quad uv = 21$$

を満たすとする。このとき、 a, b, c, d を求めよ。ただし i は虚数単位とする。

[4] 図のように正方形を9等分して、中央の正方形を取り除いた図形を S_1 とする。残された8個の正方形を9等分し、それぞれの中央の正方形を取り除いた図形を S_2 とする。このような操作を n 回繰り返して構成される図形を S_n とする。各々の図形における最小の正方形をセルと呼び、 S_n のセルの総数を a_n とし、さらに S_n における隣接したセルが共有する辺の総数を b_n とする。例えば、 $a_1 = 8, b_1 = 8$ である。次の問いに答えよ。

- (1) a_n を求めよ。
- (2) b_2 および b_3 を求めよ。
- (3) b_{n+1} を b_n を用いて表せ。
- (4) b_n を求めよ。
- (5) 極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_n}{a_n}$ を求めよ。

