

1 (配点 75点)

$\{a_n\}$ を

$$a_{n+1} = 2a_n + (-1)^n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定まる数列とする. このとき, 次の問に答えよ.

(1) $a_4 = \frac{1}{5}$ であるとき, a_1 を求めよ.

(2) $b_n = \frac{a_n}{2^n}$ とおくとき, 数列 $\{b_n\}$ が満たす漸化式を求めよ.

(3) (1) のとき, a_n を n を用いて表せ.

2 (配点 75点)

- (1) $y = x^3 - 3x + 1$ の極値を求め, そのグラフの概形をかけ.
- (2) 点 O を中心とする円の周上に 2 点 A, D をとる. ここで, 弦 AD は直径ではないとする. 弧 AD 上に $\widehat{AD}$ を 2 等分する点 C をとり, さらに $\widehat{AC}$ を 2 等分する点 B をとる. $\angle AOB = \theta$ ($0^\circ < \theta < 45^\circ$) とおくとき

$$\triangle OAB + \triangle OAD = \triangle OAC$$

が成り立つような θ がただ一つあることを示し, その θ は

$$30^\circ < \theta < 45^\circ$$

を満たすことを示せ.

3

(配点 75点)

空間内に点 $A(-1, 1, 2)$ を通る, 方向ベクトルが $(2, 1, 1)$ の直線 l と定点 $B(2, 3, 2)$ がある. このとき, 次の問に答えよ.

- (1) 直線 l の方程式を求めよ.
- (2) $\overrightarrow{AB}$ とベクトル $(2, 1, 1)$ の両方に垂直な長さが $\sqrt{14}$ のベクトル $\vec{v}$ を求めよ.
- (3) 直線 l に点 B から下ろした垂線の長さと, 垂線の足 H の座標を求めよ.

4

(配点 75点)

$\alpha = \cos \theta + i \sin \theta$ ($0^\circ \leq \theta < 90^\circ$) とおく. このとき, 次の問に答えよ.

(1) 複素数平面上の原点と点 $P = P(\alpha)$, $Q = Q(\alpha^4)$ に関して, $\angle POQ$ が 120° になるとき, θ を求めよ. ただし, 角度は反時計まわりに計るものとする.

(2) (1) を満たす α について,

$$\alpha^6 + a\alpha^3 + b\alpha + c = 0$$

となる実数 a, b, c を求めよ.