

1 次の問いに答えよ。

(1) $x\sqrt{1+x^2} + \log(x + \sqrt{1+x^2})$ を微分せよ。

(2) 定積分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\sin x} \sin 2x \, dx$ を求めよ。

2 $k > 1$ とする。楕円 $C: x^2 + \frac{y^2}{k} = 1$ 上の点で、点 $A(1, 0)$ から最も遠い点の一つを P とする。このとき、次の問いに答えよ。

(1) 弦 AP の長さを求めよ。

(2) $k = 3$ のとき、楕円 C で囲まれた図形を弦 AP で2つの図形に分割したとき、小さい方の図形の面積を求めよ。

3 単位行列 E と異なる 2 次正方行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ について, $A^3 = E$ であるための必要十分条件は

$$a + d = -1, \quad ad - bc = 1$$

であることを示せ。

ただし, a, b, c, d , は実数とする。