

1 a を正の定数とする。平面上の 2 点 $A(a, 0)$, $B(-a, 0)$ に対し $AP \cdot BP = a^2$ を満たす点 P の描く曲線を C とする。

- (1) 曲線 C の方程式を求めよ。
- (2) 曲線 C 上の点 P の x 座標と y 座標のとりうる値の範囲を求めよ。

$$\begin{cases} y - x + 2 < 0 \\ 3y - x > 0 \end{cases}$$

の表す領域を X とし、

$$\begin{cases} y - x + 2 > 0 \\ 3y - x < 0 \end{cases}$$

の表す領域を Y とする。

$a > 1$ とし、不等式

$$(y - ax - b)(y - x + 2)(3y - x) > 0$$

の表す領域を A とする。

- (1) A が X を含むとき、 a と b の満たす関係式を求めよ。
- (2) A と Y の共通部分が空集合のとき、 a と b の満たす関係式を求めよ。

3

点 $P(X, Y)$ から、放物線 $y = x^2$ に 2 本の接線が引けるとする。

(1) 2 本の接線と放物線に囲まれた図形の面積 S_P を、 X と Y を用いて表せ。

(2) $S_P = \frac{2}{3}$ である点 P の軌跡を求めよ。

4 n を 2 以上の自然数とする。

(1) x^n を $x^2 - 2x + 1$ で割ったときの余りを求めよ。

(2) 行列 A を, $A = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ とするとき, $A^2 - 2A + E = O$ である

ことを示し, A^n を求めよ。ただし, E は単位行列, O は零行列である。

(3) 2 つの関数 $g(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ と $h(x) = \frac{px+q}{rx+s}$ について, 合成関数 $(g \circ h)(x)$ を求めよ。ただし, a, b, c, d, p, q, r, s は定数である。

(4) 関数 $f(x) = \frac{3x-1}{x+1}$ を n 回合成した関数 $f_n(x) = \underbrace{(f \circ \cdots \circ f)}_n(x)$ を求めよ。