

問題 1 m と n は正の整数とする。 m と n が等しい場合と異なる場合に分けて次の定積分を行え。

$$(1) \quad \int_0^{2\pi} \cos mx \cos nx \, dx$$

$$(2) \quad \int_0^{2\pi} \sin mx \cos nx \, dx$$

ただし、 x は実数変数である。

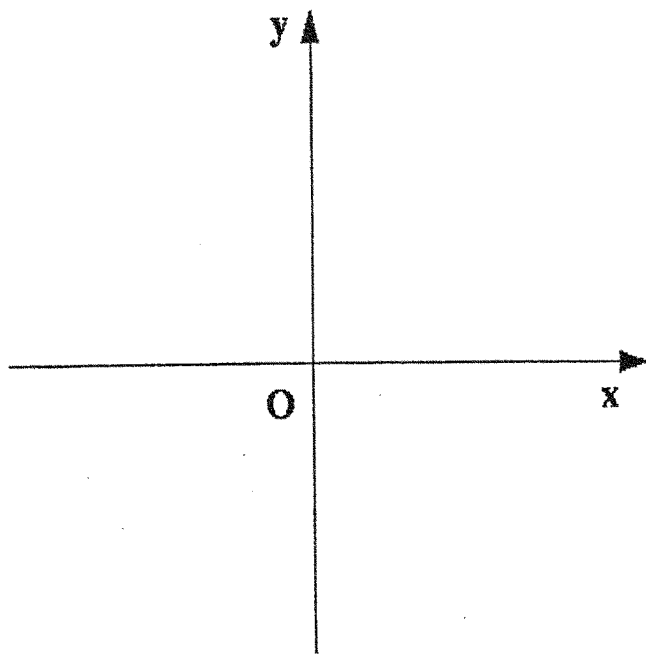
[解答はこのページから 2 ページに記入すること。]

問題2 次の問いに答えよ。

問1 曲線 $y = e^x$ と直線 $y = ax$ が第1象限で接するときの傾き a の値を求め、接点の座標を示せ。ただし、 x は実数変数、 e は自然対数の底である。

問2 曲線 $y = e^x$ と問1で求めた直線 $y = ax$ および y 軸によって囲まれた図形を y 軸のまわりに1回転して得られる立体の体積を求めよ。

（必要ならば下に示している座標平面を用いてよい。）



[解答は4～5ページに記入すること。]

問題3 次の問いに答えよ。ただし、 x と t は実数変数である。

問1 次の関数 $f(x)$ を微分せよ。

$$f(x) = x\sqrt{x^2 + 1}$$

問2 次の不定積分

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

を $x + \sqrt{x^2 + 1} = y$ と置換することにより求めよ。

問3 次の関数 $g(x)$

$$g(x) = \int_x^{x+2} \sqrt{t^2 + 1} dt$$

が最小となる x の値を求めよ。

問4 問3の関数 $g(x)$ の最小値を求めよ。

[解答は7～8ページに記入すること。]