

平成13年度前期個別学力試験（微積分）

1. つぎの関数を微分しなさい。

(1) $y = x e^{2x}$

(2) $y = \tan 2x$

(3) $y = x^3 \sqrt{1+x^2}$

2. つぎの積分を求めなさい。

$$(1) \int \frac{x}{\sqrt{x+1}+1} dx$$

$$(2) \int \cos(x)e^{ax} dx$$

$$(3) \int_0^2 |x-1| dx$$

3. 三次関数 $y = f(x)$ について、 $f(x)$, $f'(x)$ の増減を調べたところ、下表のようになった。

x	$x < -1$	-1	0	3	$x > 3$
$f(x)$			5		
$f'(x)$		0		0	

(1) $f'(x)$ の最高次の係数を a とするとき、 a を用いて $f'(x)$ を表せ。

(2) $f''(0) = -6$ が成立つとき、 $y = f(x)$ を求めよ。

(3) 空白をうめて、上の増減表を完成せよ。

4. 楕円 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 上の点 (x_1, y_1) における接線の方程式は、

$\frac{x_1 x}{a^2} + \frac{y_1 y}{b^2} = 1$ であることを証明せよ。ただし、 $y_1 \neq 0$ とする。

5. x, y 平面上において、次の二つの関数で表される曲線をサイクロイドという。サイクロイド

$$x = a(\theta - \sin \theta), \quad y = a(1 - \cos \theta)$$

の $0 \leq \theta \leq 2\pi$ の部分の長さ L を求めよ。また、その部分と x 軸とで囲まれた部分の面積 S を求めよ。さらに、その曲線を x 軸のまわりに1回転してできる立体の体積 V を求めよ。ただし、 $a > 0$ とする。

(1) 長さ L

(2) 面積 S

(3) 体積 V