

1 a を正の定数とする。平面上の 2 点 $A(a, 0)$, $B(-a, 0)$ に対し $AP \cdot BP = a^2$ を満たす点 P の描く曲線を C とする。

- (1) 曲線 C の方程式を求めよ。
- (2) 曲線 C 上の点 P の x 座標と y 座標のとりうる値の範囲を求めよ。

2 連立不等式

$$\begin{cases} y - x + 2 < 0 \\ 3y - x > 0 \end{cases}$$

の表す領域を X ,

$$\begin{cases} y - x + 2 > 0 \\ 3y - x < 0 \end{cases}$$

の表す領域を Y とする。

$a > 1$ とし、不等式

$$(y - ax - b)(y - x + 2)(3y - x) > 0$$

の表す領域を A とする。

- (1) A が X を含むとき、 a と b の満たす関係式を求めよ。
- (2) A と Y の共通部分が空集合のとき、 a と b の満たす関係式を求めよ。

3 $0 < p < 1$ とする。A, B の 2 人がゲームをしたとき, A が勝つ確率は p で, B が勝つ確率は $1 - p$ である。2 人でこのゲームを何回かして, 勝者を決める。

ア 先に 3 勝した方を勝者とする場合：

(1) A が勝者となる確率を求めよ。

イ 勝ち数の差が 2 になったとき, 勝ち数の多い方を勝者とする。この場合：

(2) $2n$ 回以内のゲームで A が勝者に決まる確率 P_n を求めよ。ただし, n は自然数とする。

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} P_n$ を求めよ。

4

$-\frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{\pi}{2}$ とする。媒介変数 t で表された曲線 $\begin{cases} x = \cos 2t \\ y = \sin 3t \end{cases}$ を C とする。

(1) t を消去して, y を x の式で表せ。

(2) 曲線 C で囲まれた部分を x 軸の回りに回転して得られる図形の体積を求めよ。

5 方程式 $y = e^{\sqrt{x}}$ ($x \geq 0$) の表す曲線を C とする。

- (1) 曲線 C の凹凸を調べ、変曲点を求めよ。また、曲線 C の概形をかけ。
- (2) 曲線 C と、 C 上の点 $(4, e^2)$ における接線、および y 軸によって囲まれた図形の面積を求めよ。