

1

1 億円の資産で会社を設立して営業したところ、初めは資産が毎年 8 % ずつ増加したが、5 年後に不況となり、資産の増加は毎年 0.8 % と見込まれることとなった。会社の資産が 2 億円を超えるのは、さらに最低何年後と見込まれるか。

ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$ 、 $\log_{10} 3 = 0.4771$ 、 $\log_{10} 7 = 0.8451$ とする。

2

$f(x) = x^3 - 3x + \frac{1}{\sqrt{7}}$ のとき、次の問に答えよ。

- (1) 曲線 $y = f(x)$ の点 $P(a, f(a))$ における接線の式を求め、さらに、この接線がこの曲線と他の点で交わるための a の条件を求めよ。
- (2) (1)の接線と曲線との交点を Q とするとき、線分 PQ の中点の軌跡の式を求めよ。
- (3) (2)で求めた軌跡と x 軸で囲まれた部分の面積を求めよ。

3

a が正の定数で、 $f(x) = ax - x^2$ 、 $g(x) = f(f(x))$ とする。

- (1) $g(x)$ の導関数 $g'(x)$ を $f(x)$ とその導関数 $f'(x)$ の式で表せ。
- (2) $g(x)$ が極小値を持つための a の値の範囲を求めよ。
- (3) $g(x)$ の極小値が 0 であるように a の値を定め、 $y = f(x)$ と $y = g(x)$ のグラフの第 I 象限の部分を両グラフの交点を明確に表して書け。

4

次の定積分の値を求めよ。

$$(1) \int_0^{\pi} e^{-x} \sin x dx$$

$$(2) \int_0^{\pi} e^{-x} x \sin x dx$$