

1

(配点 75点)

座標平面上に 2 つの円 $C_1 : (x-2)^2 + y^2 = 1$, $C_2 : x^2 + (y-2)^2 = 1$ がある.

(1) C_1 上の点 Q_1 から接線 ℓ_1 を引き, ℓ_1 上に点 $P(u, v)$ をとる. 線分 PQ_1 の長さを u, v を用いて表せ.

(2) C_1 上の点 Q_1 から引いた接線と C_2 上の点 Q_2 から引いた接線との交点を P とし, $PQ_1^2 : PQ_2^2 = m : n$ ($m > 0, n > 0$) とする. このとき P の軌跡を求めよ.

2

(配点 75点)

z を $z^3 = 1$, $z \neq 1$ を満たす複素数とする. p, q を複素数として w_n を次のように定めるとき, 下の各問に答えよ.

$$w_n = pz^n + qz^{2n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots), \quad w_1 = 1, \quad w_2 = 2$$

- (1) $w_{n+2} + w_{n+1} + w_n = 0$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)であることを示せ.
- (2) p, q を z で表し $\bar{p} = q$ であることを示せ. ただし, $\bar{p}$ は p の共役複素数を表す.
- (3) w_n はすべての n について実数であることを示せ.