

**1**

座標平面上に 2 点  $A(a, 0)$ ,  $B(0, b)$  をとる。ただし  $a > 0$ ,  $b > 0$  であるとする。線分  $AB$  の中点を  $P$  とし、 $x$  軸に関して  $P$  と対称な点を  $Q$ ,  $y$  軸に関して  $P$  と対称な点を  $R$  とする。このとき次の問に答えよ。

- (1) グラフが 3 点  $A$ ,  $B$ ,  $Q$  を通るような 2 次関数の式を求めよ。
- (2) グラフが 3 点  $A$ ,  $B$ ,  $R$  を通るような 2 次関数の式を求めよ。
- (3) (1) で求めた 2 次関数のグラフが  $x$  軸と交わる  $A$  以外の点を  $S$ , (2) で求めた 2 次関数のグラフが  $x$  軸と交わる  $A$  以外の点を  $T$  とする。線分  $ST$  の長さを求めよ。

2

駅の切符売り場に A, B 2つの窓口があるとする。切符を買うために並んでいる人達には 2つのタイプがあるとする。一方は乗る電車を決めていて窓口処理が 2分ですむタイプ、他方は窓口の人と相談するため窓口処理が 10分かかるタイプとする。2分ですむタイプと 10分かかるタイプはそれぞれ客の  $\frac{9}{10}$ ,  $\frac{1}{10}$  の割合だとする。2分ですむタイプの F 君が切符を買って電車に乗ろうとしている。F 君の乗りたい電車の発車時刻が迫っている。13分以内に切符が手に入らないと乗りそこなう。

- (1) それぞれの窓口の前に列ができておるとし、F 君の並んでいる窓口 A の列には、F 君の前に 2 人の人が並んでいるとする。今、そのうちの最初の人窓口処理がちょうど始まったところだとする。F 君が電車に間に合う確率を求めよ。また、F 君が切符を手に入れるまでにかかる時間の期待値を求めよ。ただし、窓口 A の列に並んでいる人は窓口 B の列には移動しないとす。
- (2) 客は一列に並んで先頭の人から空いた窓口に進むとする。F 君の前には 4 人並んでいるとし、今、そのうちの最初の 2 人の窓口処理が始まったところだとする。このとき、F 君が電車に間に合う確率を求めよ。また、F 君が切符を手に入れるまでにかかる時間の期待値を求めよ。

**3**

点  $(u, v)$  が不等式  $(u+1)^2 + (v-1)^2 \leq 2$  の表す領域を動くとする。このとき、点  $(u-v, uv)$  の動く範囲を図示し、その面積を求めよ。

**4**

次の問に答えよ。

- (1)  $O$  を原点とする座標平面上の 2 点  $A(1, 0)$ ,  $B(\cos \theta, \sin \theta)$  を考える。

$$PO^2 + PA^2 + PB^2 = s + 2$$

をみたす座標平面上の点  $P$  の軌跡  $C$  は円になることを示せ。ただし、 $s > 0$  とする。

- (2) (1) で  $s = 2 - \frac{4}{3} \cos \frac{\theta}{2}$  とし、 $\theta$  を  $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  の範囲で動かすとき、円  $C$  の半径  $r$  の最小値を求めよ。また、そのときの  $\theta$  の値を求めよ。