

1媒介変数 θ で表されたサイクロイド

$$x = a(\theta - \sin \theta), \quad y = a(1 - \cos \theta) \quad (0 \leq \theta \leq 2\pi)$$

と x 軸とで囲まれた図形を、 y 軸のまわりに回転してできる立体の体積を求めよ。
ただし、 a は正の定数とする。

2

次の問に答えよ。

(1) 定積分 $\int_0^a e^x(x - \sin x)dx$ を求めよ。ただし、 $a \geq 0$ とする。

(2) n を自然数とすると、不等式

$$0 < \frac{e^n}{2}(2n - 2 + \cos n - \sin n) + \frac{1}{2} - \sum_{k=0}^{n-1} k e^k + \sum_{k=0}^{n-1} e^k \sin k < n e^n - e^n \sin n$$

を示せ。