

前 期 日 程
数 学 ②
問 題 用 紙 1 枚 中 1 枚 目

平成 16 年度信州大学教育学部入学者選抜試験

1 (配点 75点)

1 辺の長さが 1 の正四面体 $OABC$ において、辺 OA の中点を D 、 OC を $1:3$ に内分する点を E とする。 $0 < t < 1$ の t に対し、 DC を $t^2:1-t^2$ に内分する点を P 、 BE を $t:1-t$ に内分する点を Q とする。次の問に答えよ。

- (1) $\overrightarrow{OP}$ を $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OC}$ で表せ。
- (2) $0 < t < 1$ のどの t に対しても $\overrightarrow{PQ}$ は $\overrightarrow{OB}$ に平行にならないことを示せ。
- (3) t が $0 < t < 1$ の範囲を動くとき、 $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ}$ の最小値を求めよ。

2 (配点 75点)

自然数を係数とする 3 次の整式 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ は次の 3 つの条件を満たすとする。

- (1) $y = f(x)$ のグラフは点 $(1, 9)$ を通る。
- (2) $f(x)$ は極大値と極小値をもつ。
- (3) $y = f(x)$ のグラフ上の極大となる点と極小となる点を結ぶ直線の傾き m は $m > -1$ である。

このような $f(x)$ をすべて求めよ。