

前期日程	
数 学 ③	
問題用紙	1 枚中 1 枚目

平成 16 年度信州大学教育学部入学者選抜試験

1 (配点 75点)

関数 $y = \frac{x}{x^2 + 1}$ ……① について次の問に答えよ.

- (1) ① の極値を求め、グラフの概形をかけ.
- (2) 原点中心、半径 r の円周と ① のグラフの第 1 象限にある交点を P とし、 P の x 座標を $x = p$ とするとき、 $\lim_{r \rightarrow 0} \frac{r}{p}$ を求めよ.
- (3) (2) において、 P から x 軸に下ろした垂線の足を H とし、線分 OH , HP および ① のグラフで囲まれる図形の面積を S とする. $\lim_{r \rightarrow 0} \frac{S}{r^2}$ を求めよ. ※ただし、 O は原点とする.

2 (配点 75点)

有理数 a, b に対して、次の行列を考える.

$$M(a, b) = \begin{pmatrix} a & b \\ 5b & a \end{pmatrix}$$

- (1) 有理数 a, b, c, d に対して

$$(a + b\sqrt{5})(c + d\sqrt{5}) = p + q\sqrt{5} \quad (p, q \text{ は有理数})$$

と表したとき、次の等式が成り立つことを示せ.

$$M(a, b)M(c, d) = M(p, q)$$

- (2) a, b が $a^2 + b^2 \neq 0$ を満たす有理数のとき、

$$\frac{1}{a + b\sqrt{5}} = r + s\sqrt{5} \quad (r, s \text{ は有理数})$$

と表せば、次の等式が成り立つことを示せ.

$$M(a, b)^{-1} = M(r, s)$$

- (3) $(1 + \sqrt{5})^n = a_n + b_n\sqrt{5}$ (a_n, b_n は有理数, $n = 1, 2, 3, \dots$) と表したとき、次の等式が成り立つことを示せ.

$$M(1, 1)^n = M(a_n, b_n)$$