

理 学 部 数理・自然情報科学科
医 学 部 医 学 科
保健 学 科

平成 17 年度前期日程入学試験問題

数 学

注 意 事 項

1. この問題冊子は試験の合図があるまで開いてはいけない。
2. 解答用紙は問題冊子と別になっているので、解答はすべて解答用紙の指定されたところに記入すること。また、解答用紙は問題ごとに別になっているので、注意すること。
3. 受験番号は必ず解答用紙の指定されたところへ記入すること。決して氏名を書いてはいけない。
4. この問題冊子は持ち帰ること。

解答にあたっての注意事項

この問題冊子には、理学部、医学部医学科、医学部保健学科の問題がある。受験者は下の表にしたがって、志望学部学科の問題を解答すること。

学 部	解 答 す る 問 題
理 学 部	2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 の 6 問
医 学 部 医 学 科	3 , 4 , 5 , 6 , 7 の 5 問
医 学 部 保 健 学 科	1 , 2 , 3 , 4 の 4 問

1

次の問いに答えよ。

(1) 赤玉，黄玉，青玉が2個ずつ計6個ある。

(a) これを1列に並べる方法は何通りあるか。

(b) 同じ色の玉が隣り合わないよう1列に並べる方法は何通りあるか。

(2) 2つのベクトル $\vec{a} = (2, 1, 3)$ と $\vec{b} = (1, -1, 0)$ の両方に垂直な単位ベクトルを求めよ。

(3) 漸化式

$$\begin{cases} a_1 = 3 \\ a_{n+1} = a_n + 6(n+1) \quad (n \geq 1) \end{cases}$$

で定義される数列 $\{a_n\}$ について，その一般項を求めよ。

2

次の文章の空欄 **ア** ～ **ク** にはすべて 1 けたの自然数が入るとする。

ア ～ **ク** にあてはまる自然数を求めよ。

放物線 $C: y = \text{ア} x^2$ と直線 $l: y = \text{イ} x + \text{ウ}$ の交点の座標は $(-\text{エ}, \text{オ})$ と $(\text{カ}, \text{キ})$ である。また放物線 C と直線 l とで囲まれた図形の面積は **ク** である。

3 a を定数とし、多項式 $ax^2 - xy + y^2 + 11x - 7y + 10$ が x, y に関する 1 次式 P, Q の積に因数分解できるとする。

(1) a の値を求めよ。

(2) 2 直線 $P = 0, Q = 0$ のなす角度 θ を求めよ。ただし、 $0^\circ < \theta \leq 90^\circ$ とする。

4

座標空間内の原点を O とし、3点 $A(1, 0, 0)$, $B(0, 1, 0)$, $C(0, 0, t)$ をとる。ここで $t > 0$ とする。また $\alpha = \angle OCA$, $\beta = \angle ACB$ とおく。

- (1) $u = \cos \alpha$, $v = \cos \beta$ とおくと u と v を t の関数として表せ。また v を u の関数として表せ。
- (2) $2\alpha + \beta = 180^\circ$ となるとき t の値を求めよ。

5

次の問いに答えよ。

(1) 2つのベクトル $\vec{a} = (2, 1, 3)$ と $\vec{b} = (1, -1, 0)$ の両方に垂直な単位ベクトルを求めよ。

(2) $c \neq 0$ とする。また、すべての自然数 n について $a_n = \sum_{k=1}^n \cos \frac{k\pi}{2n}$ とおく。

このとき極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n}$ と $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(e^{\frac{c}{n}} a_n - a_n \right)$ を求めよ。

(3) あるマラソン選手は出発地点から 40km の地点までをちょうど 2 時間で走った。このとき、途中のある 3 分間でちょうど 1km の距離を進んだことを説明せよ。

6

次の問いに答えよ。

- (1) k を 2 以上の自然数とすると、

$$\int_{k-1}^k \log x \, dx < \log k < \int_k^{k+1} \log x \, dx$$

であることを示せ。

- (2) すべての自然数 n について、

$$n^n e^{-n} < n! < (n+1)^{n+1} e^{-n}$$

であることを示せ。

7

曲線 $C: x^2 - y^2 = 1$ ($x \geq 1$) と点 $P(4, 0)$ がある。

- (1) 曲線 C の接線と点 P との距離を d とするとき、 d のとりうる値の範囲を求めよ。
- (2) 曲線 C の接線のうちで点 P からの距離が最小となるものの方程式を求めよ。