

前 期 日 程
数 学 ③
問 題 用 紙 1 枚 中 1 枚 目

平成 20 年度信州大学教育学部入学者選抜試験

1 (配点 75点)

3 つの実数 a, b, c に対して数列 $\{a_n\}, \{b_n\}, \{c_n\}$ を次のように定める.

$$a_1 = \frac{1}{2}(b+c), \quad b_1 = \frac{1}{2}(c+a), \quad c_1 = \frac{1}{2}(a+b)$$

$n = 2, 3, \dots$ に対しては

$$a_n = \frac{1}{2}(b_{n-1} + c_{n-1}), \quad b_n = \frac{1}{2}(c_{n-1} + a_{n-1}), \quad c_n = \frac{1}{2}(a_{n-1} + b_{n-1})$$

このとき, 次の間に答えよ.

(1) 次の関係式を示せ.

$$a_n + b_n + c_n = a + b + c$$

$$2a_n - b_n - c_n = \left(-\frac{1}{2}\right)^n (2a - b - c)$$

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ を求めよ.

2 (配点 75点)

n は自然数とする. 次の間に答えよ.

(1) $x > 0$ のとき, 不等式

$$\sqrt{x} > \log(x+1)$$

が成り立つことを示し, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \log(n+1)$ を求めよ.

(2) $1 - \sqrt{x} = t$ と置換して, $\int_0^1 (1 - \sqrt{x})^n dx$ を求めよ.

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\int_0^1 (1 - \sqrt{x})^n dx \right)^{\frac{1}{n}}$ を求めよ.