

理学部 数理・自然情報科学科
医学部 医学科
医学部 保健学科

前期日程

平成 21 年度入学試験問題

数 学

注 意 事 項

1. この問題冊子は試験開始の合図があるまで開いてはいけない。
2. 解答用紙は問題冊子とは別になっているので、解答はすべて解答用紙の指定されたところに記入すること。また、解答用紙は問題ごとに別になっているので、注意すること。
3. 受験番号を解答用紙の指定されたところへ必ず記入すること。決して氏名を書いてはいけない。
4. この問題冊子は持ち帰ること。

解答にあたっての注意事項

この問題冊子には、理学部数理・自然情報科学科、医学部医学科、医学部保健学科の問題がある。受験者は下の表にしたがって、志望学部学科の問題を解答すること。

学 部	解 答 す る 問 題
理 学 部 数理・自然 情報科学科	②, ③, ④, ⑤, ⑥, ⑦の6問
医 学 部 医 学 科	③, ④, ⑤, ⑥, ⑦の5問
医 学 部 保 健 学 科	①, ②, ③, ④の4問

1 $\triangle ABC$ の辺 BC , CA , AB を $a:b$, $3:5$, $b:3a$ に内分する点をそれぞれ P , Q , R とするとき, $\triangle PQR$ と $\triangle ABC$ の面積の比が $3:10$ であるとする。

(1) a と b の関係式を求めよ。

(2) a , b は 2 以上の自然数で最大公約数が 1 であるとする。このとき, a と b を求めよ。

2 数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ は $\sum_{k=1}^n a_k = n^2$, $\sum_{k=1}^n b_k = 2^n$ を満たすものとする。このとき、次の和を求めよ。

$$(1) \sum_{k=1}^n (a_k)^2$$

$$(2) \sum_{k=1}^n (b_k)^2$$

$$(3) \sum_{k=1}^n a_k b_k$$

3 a を定数とする。方程式

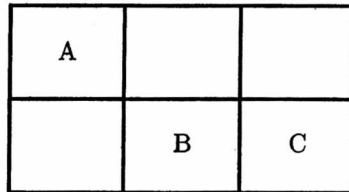
$$|x^3 - 3x^2 + 2| - a(x + 1) - 2 = 0$$

の異なる実数解の個数を求めよ。

4 下の図のように区切られた6つの個室に、客が次のように順次入っていくものとする。

- (1) 1人目の客が各部屋に入る確率はすべて等しい。
- (2) 2人目以降の客は先客のいない部屋に入り、各部屋に入る確率は先客がいる最も近い部屋との間の壁の数に比例する。ただし、例えば、下の図のA室とB室の間の壁の数は2、A室とC室の間の壁の数は3である。

4人目の客が来たとき、先客の3人が全員横一列に並んだ部屋に入っている確率を求めよ。



5

次の問いに答えよ。

(1) $\tan 75^\circ$ の値を求めよ。

(2) 不定積分

$$\int (x^2 \log x + xe^x) dx$$

を求めよ。

(3) 行列 $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ と自然数 n に対して $A^n = \begin{pmatrix} a_n & b_n \\ c_n & d_n \end{pmatrix}$ とおく。このとき、 $a_n + b_n$ および a_n, b_n, c_n, d_n を求めよ。

6 $f(x)$ を 3 次多項式とし, $F(x) = f(\sin x) + f(\cos x)$ とおく。条件

$$F(0) = 0, \quad F(\pi) = -4, \quad F'(\pi) = 2, \quad \int_0^1 f(x) dx = 0.$$

を満たすような $f(x)$ を求めよ。

7

曲線 $y = \sqrt{2x - x^2}$ ($1 < x < 2$) の上の点 P における接線が、 x 軸と交わる点を A, y 軸と交わる点を B とする。また、原点を O とする。

- (1) 点 P がこの曲線上を動くとき、線分 AB の長さの 2 乗の最小値を求めよ。
- (2) 点 P がこの曲線上を動くとき、 $\triangle OAB$ の面積の最小値を求めよ。