

平成 22 年度入学試験問題

数 学

注 意 事 項

1. この問題冊子は試験開始の合図があるまで開いてはいけない。
2. 解答用紙は問題冊子とは別になっているので、解答はすべて解答用紙の指定されたところに記入すること。また、解答用紙は問題ごとに別になっているので、注意すること。
3. 受験番号を解答用紙の指定されたところへ必ず記入すること。決して氏名を書いてはいけない。
4. この問題冊子は持ち帰ること。

解答にあたっての注意事項

この問題冊子には、経済学部、理学部、医学部の問題がある。受験者は下の表にしたがって、志望学部学科の問題を解答すること。

学 部	学 科	解 答 す る 問 題
経済学部	経済学科 経済システム法学科	□1, □2, □3, □4 の 4 問
理学部	数理・自然情報科学科	□2, □3, □4, □5, □6, □7 の 6 問
医学部	医 学 科	□2, □3, □4, □5, □6 の 5 問
	保 健 学 科	□1, □2, □3, □4 の 4 問

- 1** 円 $x^2 + y^2 = 1$ をある直線 ℓ に関して折り返すと、点 $(2, 0)$ で x 軸に接する。このとき、直線 ℓ の方程式を求めよ。

2

数直線上を動く点 P が、はじめ原点の位置にある。さいころを投げて、偶数の目が出れば P は正の向きに出た目の数だけ進み、奇数の目が出れば P は負の向きに出た目の数だけ進む。さいころを続けて 4 回投げるとき、次の確率を求めよ。

- (1) 少なくとも 2 回は 2 の目が出て、最後に P の座標が 2 になる確率
- (2) 最後に P の座標が 2 になる確率

- 3** 関数 $y = 2 \sin 3x + \cos 2x - 2 \sin x + a$ の最小値の絶対値が，最大値と一致するように，定数 a の値を定めよ。

4 $0 < p < 4$ とし、放物線 $y = \frac{1}{4}x^2$ 上の点 $\left(p, \frac{1}{4}p^2\right)$ を中心にして、半径が $\frac{1}{4}p^2$ の円 C をかく。次に、 $m > 0$ とし、直線 $y = mx$ が円 C に接しているとする。

(1) m を p の式で表せ。

(2) 放物線 $y = \frac{1}{4}x^2$ と直線 $y = mx$ によって囲まれる図形の面積が $\frac{1}{3}$ のとき、 m と p の値を求めよ。

5

次の問いに答えよ。

(1) 四面体 $OABC$ において, $OA \perp BC$ かつ $OB \perp CA$ ならば, $OC \perp AB$ となることを証明せよ。

(2) 不定積分 $\int x^3 e^{x^2} dx$ を求めよ。

(3) 極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{n}{4n^2 - k^2}$ を求めよ。

6

関数 $y = \frac{\cos x}{e^x}$ ($x > 0$) の極大値を、大きい方から順に

$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$$

とする。

(1) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(2) 無限級数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ の和を求めよ。

7

座標平面に、一直線上にない 3 点 $O(0,0)$, $P(a,b)$, $Q(c,d)$ がある。点 P, Q は、行列 $\begin{pmatrix} 1 & m-1 \\ m & 1 \end{pmatrix}$ によってそれぞれ点 P', Q' に移され、3 点 O, P', Q' も一直線上にないとする。

- (1) $\triangle OPQ$ の面積 S が $S = \frac{1}{2}|ad - bc|$ で与えられることを証明せよ。
- (2) $\triangle OP'Q'$ の面積が $\triangle OPQ$ の面積より大きくなるような定数 m の範囲を求めよ。