

前 期 日 程
数 学 ①
問題用紙 2 枚中 1 枚目

平成 23 年度信州大学教育学部入学者選抜試験

1 (配点 75 点)

x を未知数とする 3 次方程式

$$x^3 + (2t - 2)x^2 + (t^3 - 3t + 2)x + 1 = 0$$

の 3 つの解を α, β, γ とする. $t > 0$ ならば, $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 \leq 0$ であることを示しなさい.

2 (配点 75 点)

座標平面上で $\vec{a}$ を単位ベクトルとし, 任意のベクトル $\vec{x}, \vec{y}$ に対して, ベクトル $\vec{u}, \vec{v}$ を次のように定める:

$$\vec{u} = -\vec{x} + 2(\vec{x} \cdot \vec{a})\vec{a}, \quad \vec{v} = -\vec{y} + 2(\vec{y} \cdot \vec{a})\vec{a}$$

(1) 次の等式が成り立つことを示しなさい:

$$\vec{u} \cdot \vec{a} = \vec{x} \cdot \vec{a}$$

(2) 次の等式が成り立つことを示しなさい:

$$|\vec{u} - \vec{v}| = |\vec{x} - \vec{y}|$$

前 期 日 程
数 学 ①
問題用紙 2 枚中 2 枚目

平成 23 年度信州大学教育学部入学者選抜試験

3 (配点 75 点)

数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ が次のように定められている：

$$a_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad b_1 = \frac{1}{2}$$

$$a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + \frac{\sqrt{3}}{2}b_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$$b_{n+1} = -\frac{\sqrt{3}}{2}a_n + \frac{1}{2}b_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

- (1) $a_n^2 + b_n^2$ を求めなさい.
- (2) a_{n+3} と a_n の関係式および b_{n+3} と b_n の関係式をそれぞれ求めなさい.
- (3) a_n , b_n を求めなさい.

4 (配点 75 点)

- (1) 2 次関数

$$f(x) = -x^2 + a, \quad g(x) = (x - a)^2$$

のグラフが異なる 2 点で交わる時、 a の範囲を求めなさい.

- (2) (1) のとき、2 つの曲線 $y = f(x)$, $y = g(x)$ のグラフが囲む図形の面積を a で表しなさい.