

前 期 日 程
数 学 ②
問題用紙 1 枚中 1 枚目

平成 23 年度信州大学教育学部入学者選抜試験

1 (配点 75 点)

正の数 $a_1, a_2, \dots, a_n$ と自然数 $n \geq 2$ に対して, 次の不等式が成り立つことを数学的帰納法で証明しなさい.

$$\sum_{i=1}^n \frac{a_i}{1+a_i} > \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{1 + a_1 + a_2 + \dots + a_n}$$

2 (配点 75 点)

(1) 2 次関数

$$f(x) = -x^2 + a, \quad g(x) = (x - a)^2$$

のグラフが異なる 2 点で交わる時, a の範囲を求めなさい.

(2) (1) のとき, 2 つの曲線 $y = f(x)$, $y = g(x)$ のグラフが囲む図形の面積 S を a で表し, $S \leq \frac{1}{3}$ であることを示しなさい.