

平成 23 年度入学試験問題

数 学

注 意 事 項

1. この問題冊子は試験開始の合図があるまで開いてはいけない。
2. 解答用紙は問題冊子とは別になっているので、解答はすべて解答用紙の指定されたところに記入すること。また、解答用紙は問題ごとに別になっているので、注意すること。
3. 受験番号を解答用紙の指定されたところへ必ず記入すること。決して氏名を書いてはいけない。
4. この問題冊子は持ち帰ること。

解答にあたっての注意事項

この問題冊子には、経済学部、理学部、医学部の問題がある。受験者は下の表にしたがって、志望学部学科の問題を解答すること。

学 部	学 科	解 答 す る 問 題
経済学部	経済学科 経済システム法学科	①, ②, ③, ④ の 4 問
理学部	数理・自然情報科学科	②, ③, ④, ⑤, ⑥, ⑦ の 6 問
医学部	医 学 科	②, ③, ④, ⑤, ⑥ の 5 問
	保 健 学 科	①, ②, ③, ④ の 4 問

1 3つの数列 $\{x_n\}$, $\{y_n\}$, $\{z_n\}$ は次の4つの条件をみたすとする。

(1) $x_1 = a$, $x_2 = b$, $x_3 = c$, $x_4 = 4$, $y_1 = c$, $y_2 = a$, $y_3 = b$

(2) $\{y_n\}$ は $\{x_n\}$ の階差数列である。

(3) $\{z_n\}$ は $\{y_n\}$ の階差数列である。

(4) $\{z_n\}$ は等差数列である。

このとき、数列 $\{x_n\}$, $\{y_n\}$, $\{z_n\}$ の一般項を求めよ。

2

硬貨 1 枚を投げたとき，表が出れば 2 点，裏が出れば 1 点を得るとする。硬貨を繰り返し投げて，合計得点が 10 点以上になったときに終了する。次の確率を求めよ。

- (1) 7 回目に合計得点がちょうど 10 点となって終了する確率
- (2) 終了時の合計得点が 10 点である確率

3 $\triangle ABC$ の外心を O とし、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とおく。 $|\vec{a}| = 1$ とする。点 O に関する点 P の位置ベクトルが $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ であるとする。

(1) 直線 AP と直線 BC は垂直に交わることを示せ。

(2) $\vec{a} \cdot \vec{b} = -\frac{3}{4}$ とする。 $OP \parallel AB$ のとき、 $\vec{c} = s\vec{a} + t\vec{b}$ となる実数 s, t を求めよ。

- 4 放物線 $C: y = \frac{1}{2}x^2 - 1$ 上にない点 $P(a, b)$ をとる。放物線 C 上の点 Q に対し直線 PQ が点 Q での C の接線と垂直に交わるとき、直線 PQ を P から C への垂線という。点 $P(a, b)$ から C へ 3 本の異なる垂線が引けるための a, b に関する条件を求めよ。

5

次の問いに答えよ。

- (1) 次の不定積分を求めよ。

$$\int \log(1 + \sqrt{x}) dx$$

- (2) 点 $(1, 1)$ を中心とする半径 1 の円と、 x 軸および y 軸で囲まれた図形を、 x 軸の周りに 1 回転してできる立体の体積を求めよ。

ただし、回転させる図形は円の中心を含まないものとする。

6

曲線 $y = e^x$ 上の点 A における接線と法線が x 軸と交わる点を、それぞれ B, C とする。△ABC の面積が 5 のとき、△ABC の外心の座標を求めよ。

7

次の問いに答えよ。

- (1) p, q を定数とし、2つの数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ を次の式で定める。

$$\begin{aligned} a_1 &= p, & a_{n+1} &= 2a_n \\ b_1 &= q, & b_{n+1} &= 3a_n + b_n \end{aligned} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ の一般項を求めよ。

- (2) 行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ について、 A^n を求めよ。ただし、 $n = 1, 2, 3, \dots$ とする。