

(1)

等比数列の和の公式より、

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^n (-1)^k &= \frac{(-1)(1-(-1)^n)}{1-(-1)} \\ &= \frac{-1+(-1)^n}{2} \quad \dots \textcircled{1}\end{aligned}$$

であるから、

$$\begin{aligned}S_n &= \sum_{k=1}^n (1+(-1)^k) \\ &= n + \frac{-1+(-1)^n}{2}\end{aligned}$$

となる。

$$(\text{答}) \quad n + \frac{-1+(-1)^n}{2}$$

(2)

①より、

$$\begin{aligned}T_n &= \sum_{k=1}^n (k+(-1)^k) \\ &= \frac{n(n+1)}{2} + \frac{-1+(-1)^n}{2} \\ &= \frac{n(n+1)-1+(-1)^n}{2}\end{aligned}$$

となる。

$$(\text{答}) \quad \frac{n(n+1)-1+(-1)^n}{2}$$

(1)

放物線と直線の方程式を連立して、

$$\begin{aligned} & \begin{cases} y = x^2 + x - 1 \\ y = 2x + 1 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} 2x + 1 = x^2 + x - 1 \\ y = 2x + 1 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x^2 - x - 2 = 0 \\ y = 2x + 1 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} (x+1)(x-2) = 0 \\ y = 2x + 1 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & (x, y) = (-1, -1), (2, 5) \end{aligned}$$

を得る。

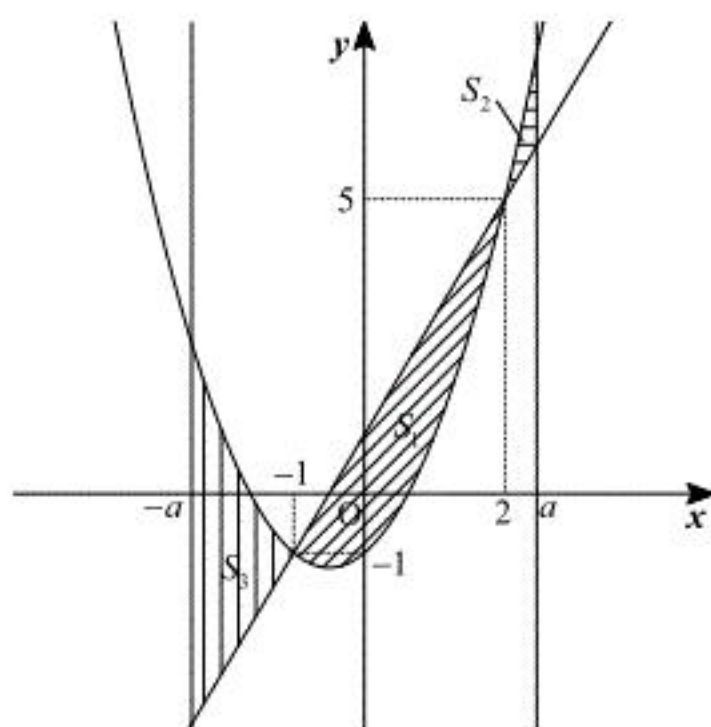
(答) $(x, y) = (-1, -1), (2, 5)$

(2)

(1)より、 $x_0 = 2$ であるから、

$$a > 2 \quad \dots \textcircled{1}$$

である。よって S_1, S_2, S_3 は次のグラフのようになる。



よって、

$$\begin{aligned} S_1 &= \int_{-1}^2 \{(2x+1) - (x^2+x-1)\} dx \\ &= \left[-\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + 2x \right]_{-1}^2 \\ &= \frac{9}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_2 &= \int_2^a \{(x^2+x-1) - (2x+1)\} dx \\ &= \left[\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 2x \right]_2^a \\ &= \frac{a^3}{3} - \frac{a^2}{2} - 2a + \frac{10}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_3 &= \int_{-a}^{-1} \{(x^2+x-1) - (2x+1)\} dx \\ &= \left[\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 2x \right]_{-a}^{-1} \\ &= \frac{a^3}{3} + \frac{a^2}{2} - 2a + \frac{7}{6} \end{aligned}$$

となる。よって、

$$S_1 = S_2 + S_3$$

となるとき、 a は、

$$\begin{aligned} \frac{9}{2} &= \left(\frac{a^3}{3} - \frac{a^2}{2} - 2a + \frac{10}{3} \right) + \left(\frac{a^3}{3} + \frac{a^2}{2} - 2a + \frac{7}{6} \right) \\ \Leftrightarrow & \frac{2a^3}{3} - 4a = 0 \\ \Leftrightarrow & \frac{2}{3}a(a^2 - 6) = 0 \\ \Leftrightarrow & a = 0, \pm\sqrt{6} \end{aligned}$$

を満たす。これと①より、求める a の値は、

$$\sqrt{6}$$

である。

(答) $\sqrt{6}$

3

(1)

問題の条件より、

$$\begin{aligned} a_1 &\leq a_2 \leq a_3 \\ \Leftrightarrow \frac{1}{a_1} &\geq \frac{1}{a_2} \geq \frac{1}{a_3} \end{aligned} \qquad \cdots \textcircled{1}$$

であるから、

$$\begin{aligned} 1 &= \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} \\ &\leq \frac{3}{a_1} \end{aligned}$$

となる。ここで、等号が成立するのは、

$$\begin{aligned} \frac{1}{a_1} &= \frac{1}{a_2} = \frac{1}{a_3} \\ \Leftrightarrow a_1 &= a_2 = a_3 \end{aligned} \qquad \cdots \textcircled{2}$$

のときである。また、

$$1 \leq \frac{3}{a_1} \Leftrightarrow a_1 \leq 3$$

であるから、 a_1 は $1, 2, 3$ のいずれかである。

[1] $a_1 = 1$ のとき

$$\begin{aligned} 1 &= \frac{1}{1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} \\ \therefore 0 &= \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} \end{aligned}$$

となるが、これを満たす (a_2, a_3) の組は存在しない。

[2] $a_1 = 2$ のとき

$$\begin{aligned} 1 &= \frac{1}{2} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} \\ \therefore \frac{1}{2} &= \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} \end{aligned}$$

となる。ここで、 $\textcircled{1}$ より、

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} &= \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} \\ &\leq \frac{2}{a_2} \end{aligned}$$

であるから、

$$a_2 \leq 4$$

となる。

$$2 = a_1 \leq a_2$$

とあわせて、 a_2 は $2, 3, 4$ のいずれかである。

(i) $a_2 = 2$ のとき

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} &= \frac{1}{2} + \frac{1}{a_3} \\ \therefore 0 &= \frac{1}{a_3} \end{aligned}$$

となるが、これを満たす a_3 は存在しない。

(ii) $a_2 = 3$ のとき

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} &= \frac{1}{3} + \frac{1}{a_3} \\ \frac{1}{6} &= \frac{1}{a_3} \\ \therefore a_3 &= 6 \end{aligned}$$

となる。

(iii) $a_2 = 4$ のとき

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} &= \frac{1}{4} + \frac{1}{a_3} \\ \frac{1}{4} &= \frac{1}{a_3} \\ \therefore a_3 &= 4 \end{aligned}$$

となる。

[3] $a_1 = 3$ のとき

$\textcircled{2}$ より、条件を満たすのは

$$(a_1, a_2, a_3) = (3, 3, 3)$$

のみである

以上、[1], [2], [3] より、求める (a_1, a_2, a_3) の組は、

$$(2, 3, 6), (2, 4, 4), (3, 3, 3)$$

である。

(答) $(a_1, a_2, a_3) = (2, 3, 6), (2, 4, 4), (3, 3, 3)$

(2)

$\textcircled{1}$ より、(1) と同様に、 (a_1, a_2, a_3) は

$$\begin{aligned} r &= \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} \\ &\leq \frac{3}{a_1} \end{aligned}$$

を満たす。よって a_1 は

$$a_1 \leq \frac{3}{r}$$

を満たすことになるが、このような自然数 a_1 の候補は有限個しか考えられない。また、 $\textcircled{1}$ より、

$$\begin{aligned} r &= \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} \\ \Leftrightarrow r - \frac{1}{a_1} &= \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} \\ &\leq \frac{2}{a_2} \end{aligned}$$

であるから、

$$a_2 \leq \frac{2a_1}{a_1 r - 1}$$

となる。よって自然数 a_2 の候補も有限個しか考えられない。また、 (a_1, a_2) の組に対応する a_3

は、

$$\begin{aligned} r &= \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} \\ r - \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} \right) &= \frac{1}{a_3} \\ \therefore a_3 &= \frac{1}{r - \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} \right)} \end{aligned}$$

より、1 つに定まるから、

$$r = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3}$$

と $\textcircled{1}$ を満たす自然数 (a_1, a_2, a_3) の組は有限個しか存在しない。

(証明終)

(1)

三角関数の合成公式より、

$$\sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin(x + \theta) \quad \dots \textcircled{1}$$

と表せる。ここで、 θ は

$$\sin \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}, \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

を満たす角、すなわち $\frac{\pi}{4}$ である。また、

$$-\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{3\pi}{4}$$

$$\Leftrightarrow 0 \leq x + \frac{\pi}{4} \leq \pi$$

であるから、 $\textcircled{1}$ より、 $\sin x + \cos x$ のとりうる範囲は、

$$0 \leq \sin x + \cos x \leq \sqrt{2}$$

となる。

$$(\text{答}) \quad 0 \leq \sin x + \cos x \leq \sqrt{2}$$

(2)

$t = \sin x + \cos x$ とおく。

$$\begin{aligned} t^2 &= (\sin x + \cos x)^2 \\ &= \sin^2 x + 2 \sin x \cos x + \cos^2 x \\ &= 1 + \sin 2x \end{aligned}$$

$$\therefore \sin 2x = t^2 - 1$$

である。よって、

$$\begin{aligned} \sin 2x - \sin x - \cos x &= (t^2 - 1) - t \\ &= \left(t - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{5}{4} \end{aligned}$$

となる。(1)より、 t のとりうる値の範囲は $0 \leq t \leq \sqrt{2}$ であるから、 $\left(t - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{5}{4}$ は、 $t = \sqrt{2}$ のとき

最大値 $(\sqrt{2}^2 - 1) - \sqrt{2} = 1 - \sqrt{2}$ 、 $t = \frac{1}{2}$ のとき最小値 $-\frac{5}{4}$ をとる。

$$(\text{答}) \quad \text{最大値 } 1 - \sqrt{2}$$

$$\text{最小値 } -\frac{5}{4}$$

5

(1)

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} -\frac{5}{2} & 2 \\ -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -\frac{5}{2}p+2q \\ -\frac{1}{2}p \end{pmatrix} \end{aligned} \quad \dots \textcircled{1}$$

であり, また $n \geq 2$ のとき,

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} -\frac{5}{2} & 2 \\ -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}^n \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -\frac{5}{2} & 2 \\ -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\frac{5}{2} & 2 \\ -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}^{n-1} \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -\frac{5}{2} & 2 \\ -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{n-1} \\ y_{n-1} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -\frac{5}{2}x_{n-1}+2y_{n-1} \\ -\frac{1}{2}x_{n-1} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

が成り立つ。これは $n=1$ のときも

$$\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} \quad \dots \textcircled{2}$$

とすれば成立する。よって $n \geq 1$ のとき,

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} x_{n+1} \\ y_{n+1} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} -\frac{5}{2}x_n+2y_n \\ -\frac{1}{2}x_n \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -\frac{5}{2}x_n+2\left(-\frac{1}{2}x_{n-1}\right) \\ -\frac{1}{2}x_n \end{pmatrix} \end{aligned} \quad \dots \textcircled{3}$$

となり, x_n についての三項間漸化式

$$x_{n+1} = -\frac{5}{2}x_n - x_{n-1} \quad \dots \textcircled{4}$$

を得る。④の特性方程式

$$x^2 = -\frac{5}{2}x - 1$$

の解は

$$x = -\frac{1}{2}, -2$$

であるから, ④を変形して

$$\begin{aligned} x_{n+1} + \frac{1}{2}x_n &= -2\left(x_n + \frac{1}{2}x_{n-1}\right) \\ &= (-2)^n \left(x_1 + \frac{1}{2}x_0\right) \\ &= (-2)^n (-2p+2q) \quad (\because \textcircled{1}, \textcircled{2}) \end{aligned} \quad \dots \textcircled{5}$$

$$\begin{aligned} x_{n+1} + 2x_n &= -\frac{1}{2}(x_n + 2x_{n-1}) \\ &= \left(-\frac{1}{2}\right)^n (x_1 + 2x_0) \\ &= \left(-\frac{1}{2}\right)^n \left(-\frac{1}{2}p+2q\right) \quad (\because \textcircled{1}, \textcircled{2}) \end{aligned} \quad \dots \textcircled{6}$$

を得る。よって⑤-⑥より,

$$\begin{aligned} -\frac{3}{2}x_n &= (-2)^n (-2p+2q) - \left(-\frac{1}{2}\right)^n \left(-\frac{1}{2}p+2q\right) \\ \therefore x_n &= -\frac{2}{3} \left\{ (-2)^n (-2p+2q) - \left(-\frac{1}{2}\right)^n \left(-\frac{1}{2}p+2q\right) \right\} \end{aligned} \quad \dots \textcircled{7}$$

となる。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(-\frac{2}{3}\right) (-2)^n (-2p+2q)$$

であるから, これが 0 となるのは

$$\begin{aligned} -2p+2q &= 0 \\ \Leftrightarrow p &= q \end{aligned}$$

のときである。また, このとき③より

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} y_n &= -\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2}x_{n-1} \\ &= 0 \end{aligned}$$

となるから, これが求める条件である。

(答) $p=q$

(2)

$n \geq 2$ のとき, ⑦より,

$$\begin{aligned} x_n &= -\frac{2}{3} \left\{ (-2)^n (-2p+2q) - \left(-\frac{1}{2}\right)^n \left(-\frac{1}{2}p+2q\right) \right\} \\ y_n &= -\frac{1}{2}x_{n-1} \\ &= \frac{1}{3} \left\{ (-2)^{n-1} (-2p+2q) - \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1} \left(-\frac{1}{2}p+2q\right) \right\} \end{aligned}$$

であるから,

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{y_n}{x_n} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{3} \left\{ (-2)^{n-1} (-2p+2q) - \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1} \left(-\frac{1}{2}p+2q\right) \right\}}{-\frac{2}{3} \left\{ (-2)^n (-2p+2q) - \left(-\frac{1}{2}\right)^n \left(-\frac{1}{2}p+2q\right) \right\}} \\ &= \begin{cases} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-2)^{n-1}}{-2(-2)^n} & (p \neq q) \\ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}}{-2\left(-\frac{1}{2}\right)^n} & (p = q) \end{cases} \\ &= \begin{cases} \frac{1}{4} & (p \neq q) \\ 1 & (p = q) \end{cases} \end{aligned}$$

となる。

(答) $\frac{1}{4} (p \neq q), 1 (p = q)$

$$y = a - x^2$$

のとき、

$$y' = -2x$$

であるから、放物線 $y = a - x^2$ 上の点 $(p, a - p^2)$ での接線の方程式は、

$$y - (a - p^2) = (-2p)(x - p)$$

$$\Leftrightarrow 2px + y - (a + p^2) = 0 \quad \dots \textcircled{1}$$

となる。よってこの直線と原点との距離は、点と直線の距離の公式より、

$$\frac{|2p \cdot 0 + 1 \cdot 0 - (a + p^2)|}{\sqrt{(2p)^2 + 1^2}} = \frac{|a + p^2|}{\sqrt{4p^2 + 1}} \quad \dots \textcircled{2}$$

となる。ここで、

$$\textcircled{2} \text{ の分母の値は } p \text{ によらず正である。} \quad \dots \textcircled{3}$$

②の最小値を a の値によって場合分けして考える。

[1] $a < 0$ のとき

③より、②は

$$\begin{aligned} |a + p^2| &= 0 \\ \Leftrightarrow p &= \pm\sqrt{-a} \end{aligned}$$

のとき、最小値 0 をとる。①より、この接線の方程式は、

$$\begin{aligned} 2(\pm\sqrt{-a})x + y - (a + (-a)) &= 0 \\ \Leftrightarrow \pm 2\sqrt{-a}x + y &= 0 \end{aligned}$$

である。(複号同順)

[2] $0 \leq a$ のとき

p^2 は常に 0 以上の値をとるから、 $a + p^2$ も常に 0 以上である。よって $(p, a - p^2)$ における接線と原点との距離を $f(p)$ とすると、②より、

$$f(p) = \frac{a + p^2}{\sqrt{4p^2 + 1}} \quad \dots \textcircled{4}$$

となる。求める方程式はこれを最小とする p を①に代入したものであり、また距離はこのときの $f(p)$ である。ここで、

$$\begin{aligned} f'(p) &= \frac{(a + p^2)' \sqrt{4p^2 + 1} - (a + p^2) (\sqrt{4p^2 + 1})'}{(\sqrt{4p^2 + 1})^2} \\ &= \frac{2p\sqrt{4p^2 + 1} - (a + p^2) \frac{8p}{2\sqrt{4p^2 + 1}}}{4p^2 + 1} \\ &= \frac{8p^3 + 2p - 4p^3 - 4ap}{(4p^2 + 1)\sqrt{4p^2 + 1}} \\ &= \frac{p(4p^2 + 2 - 4a)}{(4p^2 + 1)\sqrt{4p^2 + 1}} \quad \dots \textcircled{5} \end{aligned}$$

となる。ここで

$$(4p^2 + 1)\sqrt{4p^2 + 1}$$

は常に正である。

(i) $0 \leq a < \frac{1}{2}$ のとき

$$4p^2 + 2 - 4a > 4p^2 \geq 0$$

であるから、⑤より $f'(p)$ の符号は p と一致する。よってこの時の $f(p)$ の増減表は以下ようになる。

p		0	
$f'(p)$	$-$	0	$+$
$f(p)$	$\searrow$	極小	$\nearrow$

よって $p = 0$ のとき接線と原点の距離が最短になり、その距離は④より

$$\begin{aligned} f(0) &= \frac{a + 0^2}{\sqrt{4 \cdot 0^2 + 1}} \\ &= a \end{aligned}$$

である。また、この時の接線の方程式は、①より

$$\begin{aligned} 2 \cdot 0 \cdot x + y - (a + 0^2) &= 0 \\ \Leftrightarrow y &= a \end{aligned}$$

となる。

(ii) $a = \frac{1}{2}$ のとき

⑤より、

$$f'(p) = \frac{4p^3}{(4p^2 + 1)\sqrt{4p^2 + 1}}$$

であるから、⑤より $f'(p)$ の符号は p と一致する。よってこの場合の求める接線と原点からの距離は(i)に同じである。

(iii) $\frac{1}{2} < a$ のとき

⑤より、 $f'(p) = 0$ となるのは、

$$p = 0, \pm\sqrt{a - \frac{1}{2}}$$

のときである。よってこの時の $f(p)$ の増減表は以下ようになる。

p		$-\sqrt{a - \frac{1}{2}}$		0		$\sqrt{a - \frac{1}{2}}$	
$f'(p)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(p)$	$\searrow$	極小	$\nearrow$	極大	$\searrow$	極小	$\nearrow$

④より、

$$\begin{aligned} f\left(\pm\sqrt{a - \frac{1}{2}}\right) &= \frac{a + \left(\pm\sqrt{a - \frac{1}{2}}\right)^2}{\sqrt{4\left(\pm\sqrt{a - \frac{1}{2}}\right)^2 + 1}} \\ &= \frac{2a - \frac{1}{2}}{\sqrt{4a - 1}} \\ &= \frac{\sqrt{4a - 1}}{2} \end{aligned}$$

となり、これが求める最小の距離である。また、このときの接線の方程式は、①より、

$$2\left(\pm\sqrt{a - \frac{1}{2}}\right)x + y - \left(a + \left(\pm\sqrt{a - \frac{1}{2}}\right)^2\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \pm 2\sqrt{a - \frac{1}{2}}x + y - \left(2a - \frac{1}{2}\right) = 0$$

となる。

[1], [2]より、原点との距離を最小にする接線の方程式は、

$$\left\{ \begin{array}{ll} \pm 2\sqrt{-a}x + y = 0 & (a < 0 \text{ のとき}) \\ y = a & (0 \leq a < \frac{1}{2} \text{ のとき}) \\ \pm 2\sqrt{a - \frac{1}{2}}x + y - \left(2a - \frac{1}{2}\right) = 0 & (\frac{1}{2} \leq a \text{ のとき}) \end{array} \right.$$

であり、またその距離は、

$$\left\{ \begin{array}{ll} 0 & (a < 0 \text{ のとき}) \\ a & (0 \leq a < \frac{1}{2} \text{ のとき}) \\ \frac{\sqrt{4a - 1}}{2} & (\frac{1}{2} \leq a \text{ のとき}) \end{array} \right.$$

となる。

(1)

$$y = e^x$$

のとき,

$$y' = e^x$$

であるから、点 $P(p, e^p)$ における接線 ℓ の方程式は,

$$y - e^p = e^p(x - p)$$

$$\Leftrightarrow y = e^p x + (1 - p)e^p$$

であり、また法線 n の方程式は,

$$y - e^p = -\frac{1}{e^p}(x - p)$$

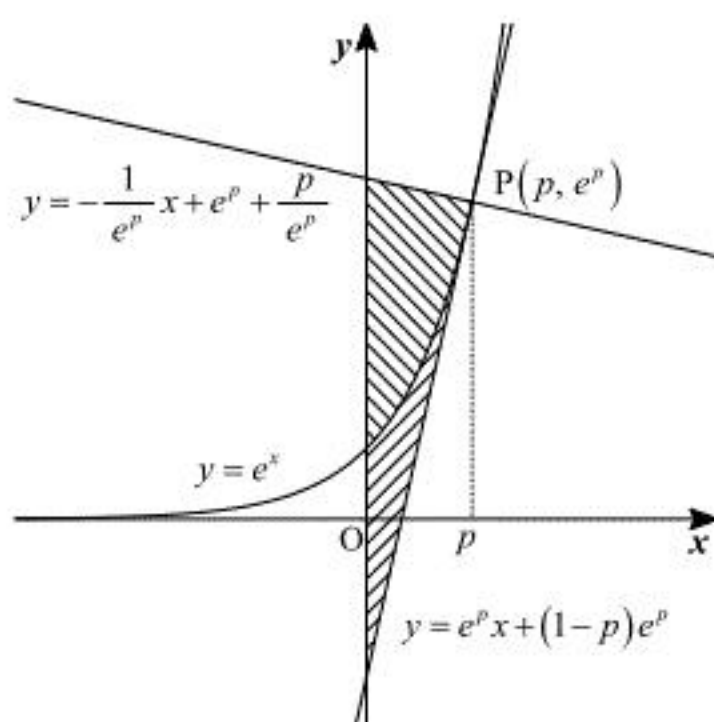
$$\Leftrightarrow y = -\frac{1}{e^p}x + e^p + \frac{p}{e^p}$$

となる。

$$(\text{答}) \text{ 接線 } \ell \quad y = e^p x + (1 - p)e^p$$

$$\text{法線 } n \quad y = -\frac{1}{e^p}x + e^p + \frac{p}{e^p}$$

(2)



(1)より,

$$\begin{aligned} S(p) &= \int_0^p \left[e^x - \{e^p x + (1 - p)e^p\} \right] dx \\ &= \left[e^x - \frac{e^p x^2}{2} - (1 - p)e^p x \right]_0^p \\ &= \left(\frac{p^2}{2} - p + 1 \right) e^p - 1 \end{aligned}$$

であり、また,

$$\begin{aligned} T(p) &= \int_0^p \left\{ \left(-\frac{1}{e^p}x + e^p + \frac{p}{e^p} \right) - e^x \right\} dx \\ &= \left[-\frac{1}{2e^p}x^2 + \left(e^p + \frac{p}{e^p} \right)x - e^x \right]_0^p \\ &= \frac{p^2}{2e^p} + (p - 1)e^p + 1 \end{aligned}$$

となる。よって,

$$\begin{aligned} \lim_{p \rightarrow \infty} \frac{pT(p)}{S(p)} &= \lim_{p \rightarrow \infty} \frac{p \left(\frac{p^2}{2e^p} + (p - 1)e^p + 1 \right)}{\left(\frac{p^2}{2} - p + 1 \right) e^p - 1} \\ &= \lim_{p \rightarrow \infty} \frac{p(p - 1)e^p + p}{\left(\frac{p^2}{2} - p + 1 \right) e^p - 1} \\ &= \lim_{p \rightarrow \infty} \frac{p(p - 1) + \frac{p}{e^p}}{\frac{p^2}{2} - p + 1 - \frac{1}{e^p}} \\ &= \lim_{p \rightarrow \infty} \frac{p^2 - p}{\frac{p^2}{2} - p + 1} \\ &= 2 \end{aligned}$$

となる。