

平成 25 年度入学試験問題

数 学

注 意 事 項

1. この問題冊子は試験開始の合図があるまで開いてはいけない。
2. 解答用紙は問題冊子とは別になっているので、解答はすべて解答用紙の指定されたところに記入すること。また、解答用紙は問題ごとに別になっているので、注意すること。
3. 受験番号を解答用紙の指定されたところへ必ず記入すること。決して氏名を書いてはいけない。
4. この問題冊子は持ち帰ること。

解答にあたっての注意事項

この問題冊子には、経済学部、理学部、医学部の問題がある。受験者は下の表にしたがって、志望学部学科の問題を解答すること。

学 部	学 科	解 答 す る 問 題
経済学部	経済学科 経済システム法学科	[1], [2], [3], [4] の 4 問
理学部	数理・自然情報科学科	[2], [3], [4], [5], [6], [7] の 6 問
医学部	医 学 科	[3], [4], [5], [6], [7] の 5 問
	保 健 学 科	[1], [2], [3], [4] の 4 問

1

(1) 数列 $\{a_n\}$ の一般項が $a_n = 1 + (-1)^n$ で与えられているとき、数列 $\{a_n\}$ の第 1 項から第 n 項までの和 S_n を求めよ。

(2) 数列 $\{b_n\}$ の一般項が $b_n = n + (-1)^n$ で与えられているとき、数列 $\{b_n\}$ の第 1 項から第 n 項までの和 T_n を求めよ。

2

(1) 放物線 $C: y = x^2 + x - 1$ と直線 $\ell: y = 2x + 1$ の交点の座標を求めよ。

(2) (1) で求めた交点の x 座標の大きい方を x_0 とする。 $a > x_0$ とする。 C と ℓ で囲まれた領域の面積を S_1 , C と ℓ および直線 $x = a$ で囲まれた領域の面積を S_2 , C と ℓ および直線 $x = -a$ で囲まれた領域の面積を S_3 とする。 $S_1 = S_2 + S_3$ となるときの a の値を求めよ。

3 (1) 式

$$1 = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3}$$

をみたす自然数の組 (a_1, a_2, a_3) で, $1 \leq a_1 \leq a_2 \leq a_3$ となるものをすべて求めよ。

(2) r を正の有理数とする。式

$$r = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3}$$

をみたす自然数の組 (a_1, a_2, a_3) で, $1 \leq a_1 \leq a_2 \leq a_3$ となるものは有限個しかないことを証明せよ。ただし, そのような組が存在しない場合は 0 個とし, 有限個であるとみなす。

4 (1) x が $-\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{3\pi}{4}$ をみたしながら変わるとき, $\sin x + \cos x$ の値の範囲を求めよ。

(2) x が $-\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{3\pi}{4}$ をみたしながら変わるとき, $\sin 2x - \sin x - \cos x$ の最大値と最小値を求めよ。

5実数 p, q と自然数 n に対して

$$\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{5}{2} & 2 \\ -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}^n \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$$

とおく。

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$ かつ $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = 0$ とする。このとき p と q がみたす条件を求めよ。(2) $(p, q) \neq (0, 0)$ とする。極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{y_n}{x_n}$ を求めよ。

- 6** a を定数とする。放物線 $y = a - x^2$ の接線のうち、原点との距離が最小になるものの方程式を求めよ。またそのときの距離を求めよ。

7

曲線 $C: y = e^x$ について以下の問いに答えよ。

- (1) C 上の点 $P(p, e^p)$ における接線 ℓ および法線 n の方程式を求めよ。
- (2) $p > 0$ とする。 C と ℓ および y 軸で囲まれる図形の面積を $S(p)$ とする。また C と n および y 軸で囲まれる図形の面積を $T(p)$ とする。このとき極限 $\lim_{p \rightarrow \infty} \frac{pT(p)}{S(p)}$ を求めよ。