

前 期 日 程
数学 (I ・ II ・ III ・ A ・ B ・ C)
問 題 用 紙 2 枚 中 1 枚 目

平成 26 年度信州大学教育学部入学者選抜試験

1 (配点 75 点)

平面上のベクトル

$$\vec{a}_n = \left(\cos \frac{n\pi}{4}, \sin \frac{n\pi}{4} \right), \vec{b}_n = \left(2 \cos \frac{n\pi}{6}, 2 \sin \frac{n\pi}{6} \right) \quad (n = 0, 1, 2, \dots, 12)$$

に対して, $\sum_{n=0}^{12} |\vec{a}_n + \vec{b}_n|^2$ を求めよ.

2 (配点 75 点)

実数 a, b は, $-1 < x < 1$ に対して $-3 < x^2 - 2ax + b < 5$ を満たすものとする.
ただし, $a > 0$ とする. このとき, 次の問に答えよ.

- (1) 点 (a, b) が表す領域を図示せよ.
- (2) 座標平面上で, 直線 $x = 0$, 直線 $x = 1$, 直線 $y = -3$, 曲線 $y = x^2 - 2ax + b$ で囲まれる図形の面積 S を a, b を用いて表せ.
- (3) (2) の S の取りうる値の範囲を求めよ.

前 期 日 程
数学 (I ・ II ・ III ・ A ・ B ・ C)
問 題 用 紙 2 枚 中 2 枚 目

平成 26 年度信州大学教育学部入学者選抜試験

3 (配点 75 点)

楕円 $C: \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ の焦点を $F(a, 0)$, $F'(-a, 0)$ とおく. ただし, $a > 0$ とする.
 また, C 上の点 $P(b, c)$ に対して, $\angle FPF'$ の二等分線と x 軸との交点を Q とする.
 ただし, $bc \neq 0$ とする. このとき, 次の間に答えよ.

- (1) $F'P : FP = F'Q : FQ$ であることを示せ.
- (2) $\frac{FQ}{FP}$ の値を求めよ.
- (3) 直線 PQ の傾きは $\frac{4c}{b}$ であることを示せ.

4 (配点 75 点)

座標平面において, $C: y = e^{-x}$ ($x > 0$) 上の点 (a, e^{-a}) の接線を L とおき, L と x 軸との交点を A , L と y 軸との交点を B , 原点を O とする. 三角形 OAB の面積を S_1 とし, y 軸, L , C で囲まれる図形の面積を S_2 とおく.

- (1) S_1, S_2 をそれぞれ求めよ.
- (2) $a > 0$ のとき, $(a-1)e^a + 1 > 0$ であることを示せ.
- (3) $\frac{S_2}{S_1}$ を a の関数とみたとき, 区間 $(0, \infty)$ で単調に増加することを示せ.