

前 期 日 程
数学 (Ⅰ・Ⅱ・Ⅲ・A・B)
問 題 用 紙 2 枚 中 1 枚 目

平成28年度信州大学教育学部入学者選抜試験

1 (配点 75 点)

関数 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 1$ について, $y = f(x)$ 上の点 $(a_n, f(a_n))$ における接線と x 軸の交点の座標を $(a_{n+1}, 0)$ とする. ただし, $a_1 > 0$ とする.

- (1) $a_1 = 2$ とするとき, a_2, a_3 を求めよ.
- (2) $a_1 > 0$ に対して, a_1, a_2, a_3 の大小を等号及び不等号を使って表せ.

2 (配点 75 点)

点 O を原点とする座標平面上に 2 点 $A(p, q)$, $B(p, 0)$ をとる. ここで, p, q は正の実数とする. 三角形 OAB の内接円の中心を I とする.

- (1) 直線 AI と辺 OB の交点を C とする. このとき,

$$\overrightarrow{OC} = \frac{|\overrightarrow{OA}| \overrightarrow{OB}}{|\overrightarrow{OA}| + |\overrightarrow{AB}|}$$

であることを示せ.

- (2)

$$\overrightarrow{OI} = \frac{|\overrightarrow{OB}| \overrightarrow{OA} + |\overrightarrow{OA}| \overrightarrow{OB}}{|\overrightarrow{OA}| + |\overrightarrow{OB}| + |\overrightarrow{AB}|}$$

であることを示せ.

- (3) $\angle AOB$ の二等分線の傾きが $\frac{1}{2}$ であるとき, $\frac{q}{p}$ の値を求めよ.

前 期 日 程
数学 (Ⅰ・Ⅱ・Ⅲ・A・B)
問 題 用 紙 2 枚 中 2 枚 目

平成 28 年度信州大学教育学部入学者選抜試験

3 (配点 75 点)

座標平面上の楕円 $C: x^2 + \left(\frac{y}{2}\right)^2 = 1$ と直線 $\ell: y = m(x - \sqrt{2})$ (m は実数) について、以下の問に答えよ。

- (1) 楕円 C と直線 ℓ が 2 点で交わる時、それらの midpoint の軌跡を求めよ。
- (2) 楕円 C と直線 ℓ が接するときの接点は 2 点あり、それらを P, Q とする。このとき、直線 PQ と (1) の軌跡で囲まれる領域の面積を求めよ。

4 (配点 75 点)

中心 O 、半径 r の半球に水が満たされているとする。この半球を、図のように角 θ だけ静かに傾けたところ、半球に残った水と、半球にはじめに入っていた水の体積比が $5:16$ となった。 θ の値を求めよ。

