

1

(1)

$n=2$ のとき,

$$y_k = \frac{1}{2k-5}$$

であるから,

$$y_1 = -\frac{1}{3}, y_2 = -1, y_3 = 1, y_4 = \frac{1}{3}$$

である。平均値 $\bar{y}$ は,

$$\bar{y} = \frac{y_1 + y_2 + y_3 + y_4}{4} = 0$$

となるので, 標準偏差 s_y は,

$$s_y^2 = \frac{1}{4} \sum_{k=1}^4 (y_k - 0)^2 = \frac{5}{9}$$

$$\therefore s_y = \sqrt{\frac{5}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

である。同様に, $n=3$ のとき,

$$y_k = \frac{1}{2k-7}$$

であるから,

$$y_1 = -\frac{1}{5}, y_2 = -\frac{1}{3}, y_3 = -1, y_4 = 1, y_5 = \frac{1}{3}, y_6 = \frac{1}{5}$$

である。平均値 $\bar{y}$ は,

$$\bar{y} = \frac{y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 + y_6}{6} = 0$$

となるので, 標準偏差 s_y は,

$$s_y^2 = \frac{1}{6} \sum_{k=1}^6 (y_k - 0)^2 = \frac{259}{3 \cdot 3^2 \cdot 5^2}$$

$$\therefore s_y = \sqrt{\frac{259}{3 \cdot 3^2 \cdot 5^2}} = \frac{\sqrt{777}}{45}$$

である。

$$\text{(答)} \quad n=2 \text{ のとき } s_y = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$n=3 \text{ のとき } s_y = \frac{\sqrt{777}}{45}$$

(2)

題意より,

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{1}{2n} \sum_{k=1}^{2n} x_k \\ &= \frac{1}{2n} \sum_{k=1}^{2n} k \\ &= \frac{1}{2n} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2n(2n+1) \\ &= \frac{2n+1}{2} \\ \bar{y} &= \frac{1}{2n} \sum_{k=1}^{2n} y_k \\ &= \frac{1}{2n} \sum_{k=1}^{2n} \frac{1}{2k-1-2n} \\ &= \frac{1}{2n} \sum_{k=1}^n \left\{ \frac{1}{2k-1-2n} + \frac{1}{2(2n+1-k)-1-2n} \right\} \\ &= \frac{1}{2n} \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{2k-1-2n} - \frac{1}{2k-1-2n} \right) \\ &= 0 \end{aligned}$$

と求めることができる。

$$\text{(答)} \quad \bar{x} = \frac{2n+1}{2}, \quad \bar{y} = 0$$

(3)

(2)の結果より,

$$\begin{aligned} s_{xy} &= \frac{1}{2n} \sum_{k=1}^{2n} (x_k - \bar{x})(y_k - \bar{y}) \\ &= \frac{1}{2n} \sum_{k=1}^{2n} \left(k - \frac{2n+1}{2} \right) \cdot \frac{1}{2k-1-2n} \\ &= \frac{1}{2n} \sum_{k=1}^{2n} \frac{2k-2n-1}{2} \cdot \frac{1}{2k-1-2n} \\ &= \frac{1}{2n} \sum_{k=1}^{2n} \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

と求めることができる。

$$\text{(答)} \quad s_{xy} = \frac{1}{2}$$

(1)

$(p, 0), (q, 0)$ を通る 2 次関数は,

$$y = a(x-p)(x-q)$$

と表せる。これが, $(0, 2pq)$ を通るから,

$$2pq = a(-p)(-q)$$

$$\therefore a = 2$$

と求まる。従って, この 3 点を通る 2 次関数は,

$$y = 2(x-p)(x-q)$$

である。この 2 次関数のグラフの頂点の x 座標は,

$$x = \frac{p+q}{2}$$

であるから, 題意を満たすためには $p+q$ が偶数, すなわち p, q の偶奇が一致していればよい。カードの選び方の総数は ${}_{10}C_2$ 通り存在し, これらは同様に確からしい。 p, q がともに偶数, 奇数となるような選び方はそれぞれ ${}_5C_2$ ずつ存在するので, 求める確率は,

$$\frac{{}_5C_2 + {}_5C_2}{{}_{10}C_2} = \frac{4}{9}$$

である。

(答) $\frac{4}{9}$

(2)

C と x 軸で囲まれた領域の面積は,

$$\int_p^q -2(x-p)(x-q)dx = \frac{2}{6} \cdot (q-p)^3 = \frac{(q-p)^3}{3}$$

であるから, これが整数となるには, $(q-p)^3$ が 3 の倍数, すなわち $q-p$ が 3 の倍数であればよい。そのような (p, q) は,

$$(p, q) = (1, 4), (1, 7), (1, 10), (2, 5), (2, 8), (3, 6), (3, 9), (4, 7), (4, 10), (5, 8), (6, 9), (7, 10)$$

の 12 組あるから, 求める確率は,

$$\frac{12}{{}_{10}C_2} = \frac{4}{15}$$

である。

(答) $\frac{4}{15}$

(3)

$$y = 2(x-p)(x-q) = 2x^2 - 2(p+q)x + 2pq$$

より,

$$y' = 4x - 2(p+q)$$

である。接点の x 座標を t とおくと, 接線の方程式は,

$$\begin{aligned} y - \{2t^2 - 2(p+q)t + 2pq\} &= \{4t - 2(p+q)\}(x-t) \\ \Leftrightarrow y &= \{4t - 2(p+q)\}x - 2t^2 + 2pq \end{aligned}$$

と表されるので, これが原点を通るとき,

$$\begin{aligned} 0 &= -2t^2 + 2pq \\ \therefore t &= \pm\sqrt{pq} \end{aligned}$$

である。このとき接線の傾きは,

$$\pm 4\sqrt{pq} - 2(p+q)$$

である。これらがともに整数になるためには $\sqrt{pq}$ が整数であればよく, そのような (p, q) は,

$$(p, q) = (1, 4), (1, 9), (2, 8), (4, 9)$$

の 4 組あるから, 求める確率は,

$$\frac{4}{{}_{10}C_2} = \frac{4}{45}$$

である。

(答) $\frac{4}{45}$

3
(1)

$$\begin{aligned} |\overline{\mathrm{OA}}|^2 &= a_1^2 + a_2^2 \\ |\overline{\mathrm{OD}}|^2 &= (a_1 \cos \theta_1 - a_2 \sin \theta_1)^2 + (a_1 \sin \theta_1 + a_2 \cos \theta_1)^2 \\ &= a_1^2 (\sin^2 \theta_1 + \cos^2 \theta_1) + a_2^2 (\sin^2 \theta_1 + \cos^2 \theta_1) \\ &= a_1^2 + a_2^2 \quad (\because \sin^2 \theta_1 + \cos^2 \theta_1 = 1) \end{aligned}$$

であるから、 $|\overline{\mathrm{OA}}| = |\overline{\mathrm{OD}}|$ が成り立つ。

(証明終)

(2)

$$\begin{aligned} \overline{\mathrm{OA}} \cdot \overline{\mathrm{OC}} &= 0 \\ \Leftrightarrow (a_1, a_2) \cdot (b_2, -b_1) &= 0 \\ \Leftrightarrow a_1 b_2 - a_2 b_1 &= 0 \quad \dots \textcircled{1} \end{aligned}$$

である。また、

$$\overline{\mathrm{OA}} \cdot \overline{\mathrm{OB}} = (a_1, a_2) \cdot (b_1, b_2) = a_1 b_1 + a_2 b_2$$

であり、

$$\begin{aligned} \overline{\mathrm{OD}} \cdot \overline{\mathrm{OE}} &= (a_1 \cos \theta_1 - a_2 \sin \theta_1, a_1 \sin \theta_1 + a_2 \cos \theta_1) \cdot (b_1 \cos \theta_2 - b_2 \sin \theta_2, b_1 \sin \theta_2 + b_2 \cos \theta_2) \\ &= (a_1 \cos \theta_1 - a_2 \sin \theta_1)(b_1 \cos \theta_2 - b_2 \sin \theta_2) + (a_1 \sin \theta_1 + a_2 \cos \theta_1)(b_1 \sin \theta_2 + b_2 \cos \theta_2) \\ &= a_1 b_1 (\cos \theta_1 \cos \theta_2 + \sin \theta_1 \sin \theta_2) + a_2 b_2 (\cos \theta_1 \cos \theta_2 + \sin \theta_1 \sin \theta_2) \\ &\quad + (a_1 b_2 - a_2 b_1)(\sin \theta_1 \cos \theta_2 - \sin \theta_2 \cos \theta_1) \\ &= a_1 b_1 (\cos \theta_1 \cos \theta_2 + \sin \theta_1 \sin \theta_2) + a_2 b_2 (\cos \theta_1 \cos \theta_2 + \sin \theta_1 \sin \theta_2) \quad (\because \textcircled{1}) \\ &= (a_1 b_1 + a_2 b_2) \cos(\theta_1 - \theta_2) \end{aligned}$$

となるので、

$$\begin{aligned} \overline{\mathrm{OA}} \cdot \overline{\mathrm{OB}} &= 2 \overline{\mathrm{OD}} \cdot \overline{\mathrm{OE}} \\ \Leftrightarrow a_1 b_1 + a_2 b_2 &= 2(a_1 b_1 + a_2 b_2) \cos(\theta_1 - \theta_2) \\ \Leftrightarrow (a_1 b_1 + a_2 b_2) \{2 \cos(\theta_1 - \theta_2) - 1\} &= 0 \\ \therefore \cos(\theta_1 - \theta_2) &= \frac{1}{2} \quad (\because \overline{\mathrm{OA}} \cdot \overline{\mathrm{OB}} = a_1 b_1 + a_2 b_2 \neq 0) \end{aligned}$$

とわかる。 $-\pi \leq \theta_1 - \theta_2 \leq \pi$ であるから、

$$\begin{aligned} \theta_1 - \theta_2 &= \pm \frac{\pi}{3} \\ \Leftrightarrow \theta_2 &= \frac{\pi}{3} \mp \frac{\pi}{3} \\ \therefore \theta_2 &= \frac{10}{21} \pi \quad (\because 0 \leq \theta_2 \leq \pi) \end{aligned}$$

である。

(答) $\theta_2 = \frac{10}{21} \pi$

(3)

(1)と同様に、

$$|\overline{\mathrm{OB}}| = |\overline{\mathrm{OE}}|$$

が成り立つことがわかる。 $\triangle \mathrm{ODE}$ の面積を S' 、 $\angle \mathrm{AOB} = \varphi_1$ 、 $\angle \mathrm{DOE} = \varphi_2$ とおくと、

$$\begin{cases} S = \frac{1}{2} |\overline{\mathrm{OA}}| |\overline{\mathrm{OB}}| \sin \varphi_1 \\ S' = \frac{1}{2} |\overline{\mathrm{OD}}| |\overline{\mathrm{OE}}| \sin \varphi_2 \end{cases}$$

が成り立ち、 $|\overline{\mathrm{OA}}| = |\overline{\mathrm{OD}}|$ 、 $|\overline{\mathrm{OB}}| = |\overline{\mathrm{OE}}|$ より、

$$\frac{S'}{S} = \frac{\sin \varphi_2}{\sin \varphi_1} \quad \dots \textcircled{2}$$

を得る。また、 $\triangle \mathrm{OAB}$ 、 $\triangle \mathrm{ODE}$ のそれぞれに正弦定理を用いると、

$$\begin{cases} \frac{\mathrm{AB}}{\sin \varphi_1} = 2r_1 \\ \frac{\mathrm{DE}}{\sin \varphi_2} = 2r_2 \end{cases}$$

が成り立ち、 $\mathrm{AB} : \mathrm{DE} = 2 : 3$ より、

$$\begin{aligned} 2r_1 \sin \varphi_1 : 2r_2 \sin \varphi_2 &= 2 : 3 \\ \Leftrightarrow 2r_2 \sin \varphi_2 &= 3r_1 \sin \varphi_1 \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{\sin \varphi_2}{\sin \varphi_1} = \frac{3r_1}{2r_2} \quad \dots \textcircled{3}$$

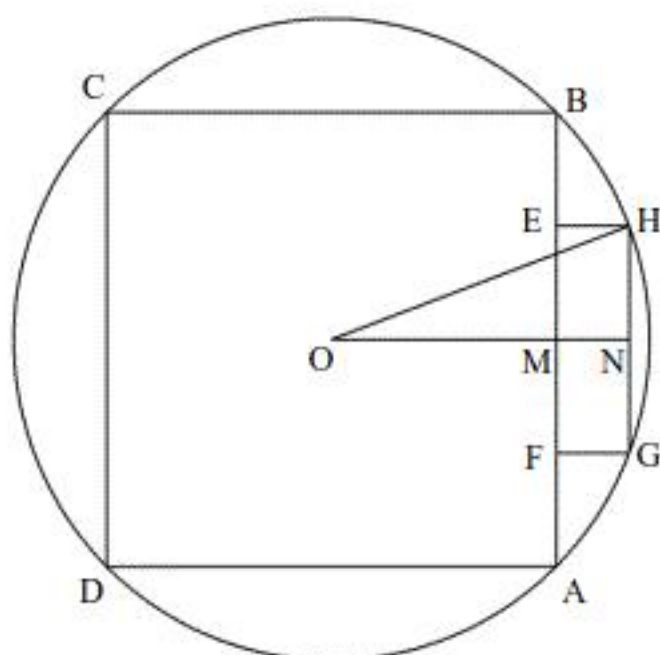
である。②、③より、

$$S' = \frac{3r_1}{2r_2} S$$

と表すことができる。

(答) $\frac{3r_1}{2r_2} S$

4
(1)



図のように、円の中心を O 、 AB の中点を M 、 GH の中点を N とすると、 O, M, N は同一直線上に存在し、

$$FG = MN = EH$$

が成り立つ。また、正方形 $ABCD$ が内接する円の半径が $\sqrt{2}$ であることより、

$$OH = \sqrt{2}, OM = OB \cos \frac{\pi}{4} = 1$$

である。 $MN = t$ ($0 < t < \sqrt{2} - 1$) とすると、長方形 $EFGH$ が正方形のとき、

$$HN = \frac{HG}{2} = \frac{t}{2}$$

である。従って、

$$OH^2 = ON^2 + HN^2$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{2})^2 = (1+t)^2 + \left(\frac{t}{2}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow 5t^2 + 8t - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow (5t-2)(t+2) = 0$$

$$\therefore t = \frac{2}{5} \quad (\because 0 < t < \sqrt{2} - 1)$$

より、長方形 $EFGH$ が正方形のときその1辺の長さは $\frac{2}{5}$ となる。

(答) $\frac{2}{5}$

(2)

$$MN = t \quad (0 < t < \sqrt{2} - 1)$$

$$HN = s \quad (0 < s < 1)$$

とすると、

$$OH^2 = ON^2 + HN^2$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{2})^2 = (1+t)^2 + s^2$$

$$\therefore s = \sqrt{2 - (1+t)^2} \quad (\because s > 0)$$

である。長方形 $EFGH$ の面積を S とすると、

$$S = EF \cdot EH = 2st = 2t\sqrt{2 - (1+t)^2}$$

であるから、これを最大にする t ($= FG$) を求めればよい。 S を t で微分することで、

$$\begin{aligned} S' &= 2\sqrt{2 - (1+t)^2} + 2t \frac{-2(1+t)}{2\sqrt{2 - (1+t)^2}} \\ &= \frac{2\{2 - (1+t)^2\} - 2t(1+t)}{\sqrt{2 - (1+t)^2}} \\ &= \frac{-4t^2 - 6t + 2}{\sqrt{2 - (1+t)^2}} \end{aligned}$$

を得るので、

$$S' > 0$$

$$\Leftrightarrow -4t^2 - 6t + 2 > 0$$

$$\therefore \frac{-3 - \sqrt{17}}{4} < t < \frac{-3 + \sqrt{17}}{4}$$

が成り立つ。ここで、 $3 < \sqrt{17}$ より $\frac{-3 - \sqrt{17}}{4} < 0 < \frac{-3 + \sqrt{17}}{4}$ であり、

$$\begin{aligned} \sqrt{2} - 1 - \frac{-3 + \sqrt{17}}{4} &> \sqrt{2} - 1 - \frac{-3 + \sqrt{18}}{4} \\ &= \frac{\sqrt{2} - 1}{4} \\ &> 0 \end{aligned}$$

より $\frac{-3 + \sqrt{17}}{4} < \sqrt{2} - 1$ である。従って、 S の増減表は以下のようになる。

t	(0)	...	$\frac{-3 + \sqrt{17}}{4}$	...	$(\sqrt{2} - 1)$
S'	$\nearrow$	+	0	-	$\searrow$
S	$\nearrow$	$\nearrow$	極大	$\searrow$	$\searrow$

増減表より、長方形 $EFGH$ の面積が最大となるときの t 、すなわち辺 FG の長さは

$$t = FG = \frac{-3 + \sqrt{17}}{4}$$

と分かる。

(答) $FG = \frac{-3 + \sqrt{17}}{4}$

5

(1)

$$f'(x) = 2e^{-x^2} + 2x \cdot (-2x) \cdot e^{-x^2} = 2(1-2x^2)e^{-x^2}$$

であるから、増減表は次のようになる。

x	$\cdots$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\cdots$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\cdots$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$\searrow$	$-\sqrt{\frac{2}{e}}$	$\nearrow$	$\sqrt{\frac{2}{e}}$	$\searrow$

ここで、

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{e^{x^2}} = 0$$

より、 $f(x)$ は $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ のときに最大となるので、

$$p = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

である。

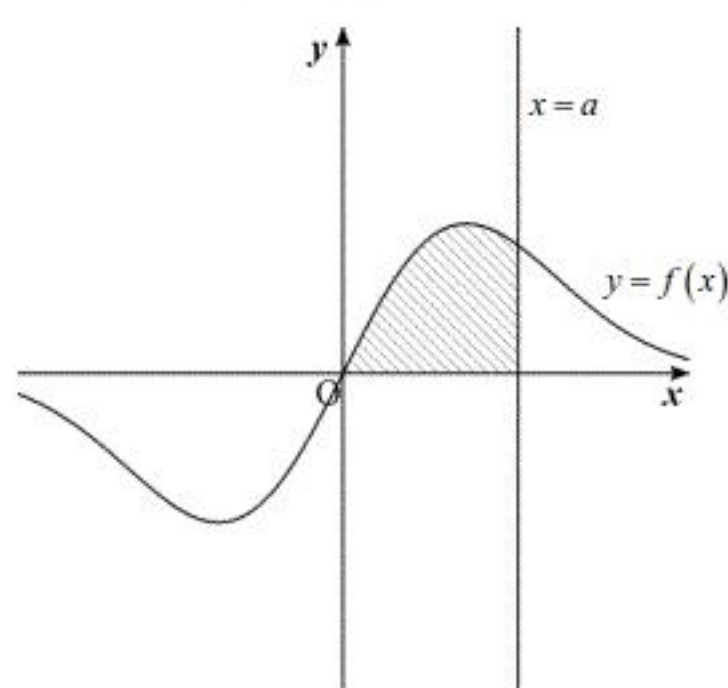
$$(\text{答}) \quad p = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

(2)

(1)の増減表と、

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x}{e^{x^2}} = 0$$

より、 $y = f(x)$ のグラフは以下ようになる。



したがって、

$$S(a) = \int_0^a 2xe^{-x^2} dx = \left[-e^{-x^2} \right]_0^a = 1 - e^{-a^2}$$

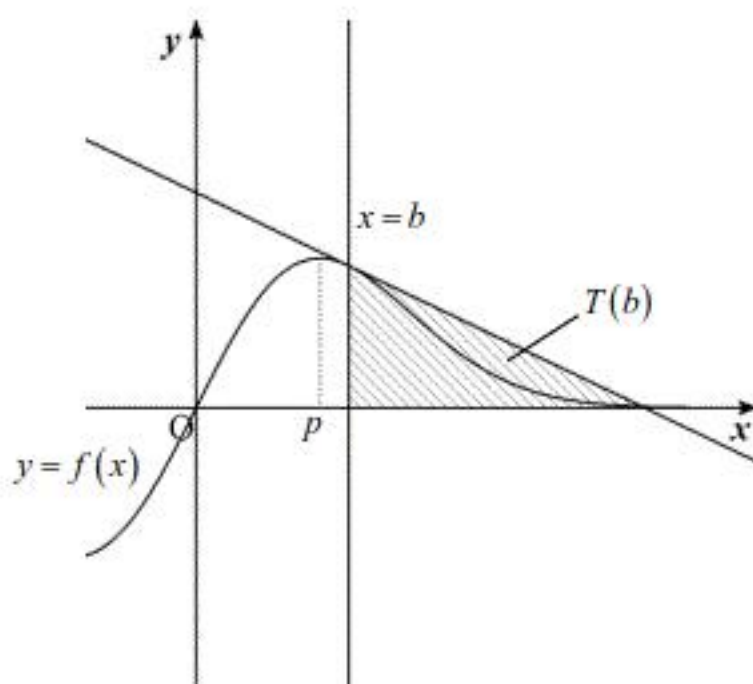
であるから、

$$k = \lim_{a \rightarrow \infty} S(a) = \lim_{a \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{e^{a^2}} \right) = 1$$

である。

$$(\text{答}) \quad k = 1$$

(3)



点 $(b, f(b))$ における接線の方程式は、

$$\begin{aligned} y - f(b) &= f'(b)(x - b) \\ \Leftrightarrow y &= 2(1 - 2b^2)e^{-b^2}(x - b) + 2be^{-b^2} \\ \Leftrightarrow y &= 2(1 - 2b^2)e^{-b^2}x + 4b^3e^{-b^2} \end{aligned}$$

である。x 軸との交点の x 座標は、

$$\begin{aligned} 0 &= 2(1 - 2b^2)e^{-b^2}x + 4b^3e^{-b^2} \\ \Leftrightarrow x &= \frac{2b^3}{2b^2 - 1} \end{aligned}$$

であるから、

$$T(b) = \frac{1}{2} \cdot 2be^{-b^2} \cdot \left(\frac{2b^3}{2b^2 - 1} - b \right) = \frac{b^2e^{-b^2}}{2b^2 - 1}$$

である。したがって、

$$\begin{aligned} S(b) + T(b) &= k \\ \Leftrightarrow (1 - e^{-b^2}) + \frac{b^2e^{-b^2}}{2b^2 - 1} &= 1 \\ \Leftrightarrow \frac{b^2e^{-b^2}}{2b^2 - 1} &= e^{-b^2} \\ \Leftrightarrow b^2 &= 2b^2 - 1 \quad (\because e^{-b^2} > 0) \\ \therefore b &= 1 \quad (\because b > p) \end{aligned}$$

と求めることができる。

$$(\text{答}) \quad b = 1$$

(1)

3 倍角の公式より,

$$x = 3 \cos t + \cos 3t = 3 \cos t + (4 \cos^3 t - 3 \cos t) = 4 \cos^3 t$$

$$y = 3 \sin t - \sin 3t = 3 \sin t - (-4 \sin^3 t + 3 \sin t) = 4 \sin^3 t$$

が成り立つ。 $x \geq 0$, $y \geq 0$ の領域, すなわち $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$ の部分について考えると,

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 4 \cdot (\cos t)' \cdot 3 \cos^2 t = -12 \sin t \cos^2 t \\ \frac{dy}{dt} = 4 \cdot (\sin t)' \cdot 3 \sin^2 t = 12 \cos t \sin^2 t \end{cases}$$

であるから,

$$\begin{aligned} \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 &= (12 \sin t \cos t)^2 (\sin^2 t + \cos^2 t) \\ &= (12 \sin t \cos t)^2 (\because \sin^2 t + \cos^2 t = 1) \\ &= 36 \sin^2 2t (\because 2 \sin t \cos t = \sin 2t) \end{aligned}$$

と表せる。したがって, C の長さを l とすると, 対称性より,

$$\begin{aligned} \frac{l}{4} &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} dt \\ &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{36 \sin^2 2t} dt \\ &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} 6 \sin 2t dt \quad (\because 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2} \text{ のとき } \sin 2t \geq 0) \\ &= [-3 \cos 2t]_0^{\frac{\pi}{2}} \\ &= 6 \\ \therefore l &= 24 \end{aligned}$$

と求めることができる。

(答) 24

(2)

求める面積を S とすると, 対称性より,

$$\begin{aligned} \frac{S}{4} &= \int_0^4 y dx \\ &= \int_{\frac{\pi}{2}}^0 4 \sin^3 t \cdot (-12 \sin t \cos^2 t) dt \\ &= 6 \int_0^{\frac{\pi}{2}} (2 \sin t \cos t)^2 \cdot 2 \sin^2 t dt \\ &= 6 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 2t \cdot (1 - \cos 2t) dt \\ &= 3 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \{(1 - \cos 4t) - \sin^2 2t \cdot (2 \cos 2t)\} dt \\ &= \left[3t - \frac{3}{4} \sin 4t - \sin^3 2t \right]_0^{\frac{\pi}{2}} \\ &= \frac{3}{2} \pi \\ \therefore S &= 6\pi \end{aligned}$$

である。

(答) 6π

(1)

$$a_{n+2} - pa_{n+1} = q(a_{n+1} - pa_n) \\ \Leftrightarrow a_{n+2} = (p+q)a_{n+1} - pqa_n$$

と変形できるので、

$$p+q=5, pq=6$$

が成り立つ。従って、 p, q は方程式 $x^2 - 5x + 6 = 0$ の2解であるから、

$$(p, q) = (2, 3), (3, 2)$$

である。

(答) $(p, q) = (2, 3), (3, 2)$

(2)

(1)より、

$$a_{n+2} - 2a_{n+1} = 3(a_{n+1} - 2a_n) \quad \dots \textcircled{1}$$

$$a_{n+2} - 3a_{n+1} = 2(a_{n+1} - 3a_n) \quad \dots \textcircled{2}$$

である。①より、数列 $\{a_{n+1} - 2a_n\}$ は初項 $a_2 - 2a_1 = 5$ 、公比3の等比数列であるから、

$$a_{n+1} - 2a_n = 5 \cdot 3^{n-1} \quad \dots \textcircled{3}$$

である。また、②より、数列 $\{a_{n+1} - 3a_n\}$ は初項 $a_2 - 3a_1 = 6$ 、公比2の等比数列であるから、

$$a_{n+1} - 3a_n = 6 \cdot 2^{n-1} = 3 \cdot 2^n \quad \dots \textcircled{4}$$

である。したがって、③-④より、

$$a_n = 5 \cdot 3^{n-1} - 3 \cdot 2^n$$

である。

(答) $a_n = 5 \cdot 3^{n-1} - 3 \cdot 2^n$

(3)

$$\frac{b_{n+1}}{b_n} = r \frac{a_n}{a_{n+1}} \\ \Leftrightarrow a_{n+1}b_{n+1} = ra_nb_n$$

である。数列 $\{a_nb_n\}$ は初項 $a_1b_1 = r$ 、公比 r の等比数列であるから、

$$a_nb_n = r^n$$

$$\therefore b_n = \frac{r^n}{5 \cdot 3^{n-1} - 3 \cdot 2^n} = \frac{\left(\frac{r}{3}\right)^n}{\frac{5}{3} - 3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^n}$$

である。

[1] $0 < r < 3$ のとき

$$\left| \frac{r}{3} \right| < 1$$

であるから、

$$\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 0$$

である。

[2] $r = 3$ のとき

$$\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = \frac{1}{\frac{5}{3} - 3} = \frac{3}{5}$$

である。

[3] $r > 3$ のとき

$$\left| \frac{r}{3} \right| > 1$$

であり、

$$\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = \infty$$

である。

(答) $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = \begin{cases} 0 & (0 < r < 3 \text{ のとき}) \\ \frac{3}{5} & (r = 3 \text{ のとき}) \\ \infty & (r > 3 \text{ のとき}) \end{cases}$