

平成 29 年度入学試験問題

数 学

注 意 事 項

1. この問題冊子は試験開始の合図があるまで開いてはいけない。
2. 解答用紙は問題冊子とは別になっているので、解答はすべて解答用紙の指定されたところに記入すること。また、解答用紙は問題ごとに別になっているので、注意すること。
3. 受験番号を解答用紙の指定されたところへ必ず記入すること。決して氏名を書いてはいけない。
4. この問題冊子は持ち帰ること。

解答にあたっての注意事項

受験者は下の表にしたがって、志望学部学科の問題を解答すること。

学 部	学 科	解 答 す る 問 題
経法学部	全 学 科	[1], [2], [3], [4] の 4 問
理学部	数 学 科	[2], [3], [4], [5], [6], [7] の 6 問
医学部	医 学 科	[3], [4], [5], [6], [7] の 5 問
	保 健 学 科	[1], [2], [3], [4] の 4 問
工学部	全 学 科	[2], [3], [4], [5] の 4 問

1

n を自然数とする。2 つの変量 x, y のデータが $2n$ 個の x, y の値の組として、次のように与えられているとする。

$$(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_{2n}, y_{2n})$$

変量 x, y の値は、それぞれ関係式

$$x_k = k, \quad y_k = \frac{1}{2k-1-2n} \quad (k=1, 2, \dots, 2n)$$

に従っている。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) $n=2, 3$ のとき、変量 y の標準偏差 s_y をそれぞれ求めよ。ただし、答えは分母を有理化して与えること。
- (2) 変量 x, y の平均値 $\bar{x}, \bar{y}$ を求めよ。
- (3) x と y の共分散 s_{xy} を求めよ。

2

1 から 10 までの自然数が 1 つずつ書かれているカードが 10 枚あるとする。ただし、同じ数が書かれたカードはないものとする。この中から 2 枚のカードを同時に引き、小さい方の数を p 、大きい方の数を q とする。座標平面上の 3 点 $(p, 0)$, $(q, 0)$, $(0, 2pq)$ を通る 2 次関数のグラフを C とするとき、以下の問いに答えよ。

- (1) C の頂点の x 座標が整数になる確率を求めよ。
- (2) C と x 軸とで囲まれた領域の面積が整数になる確率を求めよ。
- (3) 原点 O から C に引いた 2 本の接線の傾きがともに整数になる確率を求めよ。

3

座標平面上の点 $O(0, 0)$, $A(a_1, a_2)$, $B(b_1, b_2)$, $C(b_2, -b_1)$ を考える。さらに, $0 \leq \theta_1 \leq \pi$, $0 \leq \theta_2 \leq \pi$ に対し,

$$D(a_1 \cos \theta_1 - a_2 \sin \theta_1, a_1 \sin \theta_1 + a_2 \cos \theta_1)$$

$$E(b_1 \cos \theta_2 - b_2 \sin \theta_2, b_1 \sin \theta_2 + b_2 \cos \theta_2)$$

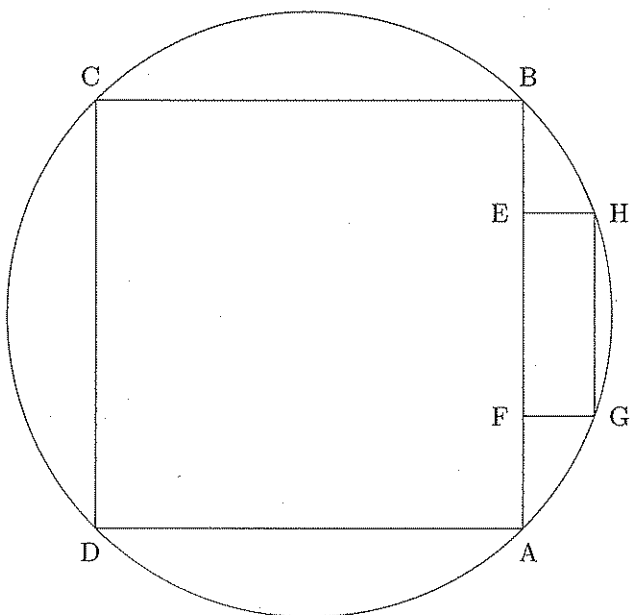
とおく。

- (1) $|\vec{OA}| = |\vec{OD}|$ を示せ。
- (2) $\vec{OA} \cdot \vec{OC} = 0$ かつ $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = 2\vec{OD} \cdot \vec{OE} \neq 0$ であるとする。 $\theta_1 = \frac{\pi}{7}$ であるとき, θ_2 を求めよ。
- (3) $\triangle OAB$ の外接円の半径を r_1 とし, $\triangle ODE$ の外接円の半径を r_2 とする。また, $\triangle OAB$ の面積を S とする。 $AB : DE = 2 : 3$ であるとき, $\triangle ODE$ の面積を, S, r_1, r_2 で表せ。

4

半径が $\sqrt{2}$ の円に正方形 ABCD が内接している。辺 AB 上の異なる 2 点 E, F と、短い方の弧 AB 上の異なる 2 点 G, H を、四角形 EFGH が長方形となるようにとる。

- (1) 長方形 EFGH が正方形のとき、その 1 辺の長さを求めよ。
- (2) 長方形 EFGH の面積が最大になるときの辺 FG の長さを求めよ。



5

$f(x) = 2xe^{-x^2}$ とする。 $a > 0$ に対し、曲線 $y = f(x)$ と直線 $x = a$ および x 軸で囲まれた領域の面積を $S(a)$ とするとき、次の問いに答えよ。

- (1) 関数 $y = f(x)$ が最大値をとる x の値 p を求めよ。
- (2) 極限 $k = \lim_{a \rightarrow \infty} S(a)$ の値を求めよ。
- (3) (1) で求めた p に対し、 $b > p$ が成り立つとする。点 $(b, f(b))$ における曲線 $y = f(x)$ の接線と、直線 $x = b$ および x 軸で囲まれた領域の面積を $T(b)$ とする。(2) で求めた k に対し、 $S(b) + T(b) = k$ となるように、 b の値を定めよ。

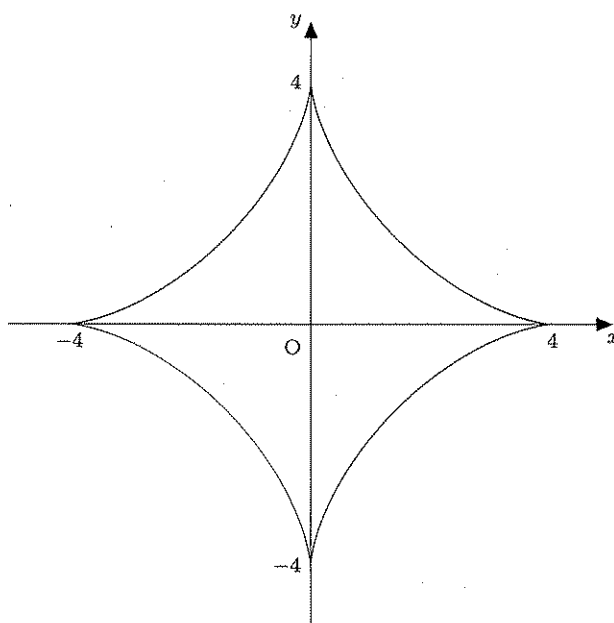
6

$0 \leq t \leq 2\pi$ において、媒介変数 t で表された曲線

$$\begin{cases} x = 3 \cos t + \cos 3t \\ y = 3 \sin t - \sin 3t \end{cases}$$

を C とする。

- (1) C の長さを求めよ。
- (2) C で囲まれた領域の面積を求めよ。



7

数列 $\{a_n\}$ を条件

$$a_1 = -1, \quad a_2 = 3, \quad a_{n+2} = 5a_{n+1} - 6a_n \quad (n = 1, 2, \dots)$$

によって定める。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) $a_{n+2} - pa_{n+1} = q(a_{n+1} - pa_n)$ がすべての n に対して成り立つような p, q を求めよ。
- (2) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。
- (3) r を正の実数とし、数列 $\{b_n\}$ を条件

$$b_1 = r \frac{1}{a_1}, \quad \frac{b_{n+1}}{b_n} = r \frac{a_n}{a_{n+1}}$$

によって定める。このとき、極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ を求めよ。