前期日程

平成３０年度入学試験問題

数　学

注 意 事 項

1. この問題冊子は試験開始の合図があるまで開いてはいけない。

2. 解答用紙は問題冊子とは別になっているので，解答はすべて解答用紙の指定されたところに記入すること。また，解答用紙は問題ごとに別になっているので，注意すること。

3. 受験番号を解答用紙の指定されたところへ必ず記入すること。決して氏名を書いてはいけない。

4. この問題冊子は持ち帰ること。

解答にあたっての注意事項

受験者は下の表にしたがって，志望学部学科の問題を解答すること。

学 部	学 科	解 答 す る 問 題
経法学部	全学科	$\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$ の4問
理学部	数学科	$\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$, $\boxed{5}$, $\boxed{6}$, $\boxed{7}$ の6問
医学部	医学科	$\boxed{3}$, $\boxed{4}$, $\boxed{5}$, $\boxed{6}$, $\boxed{7}$ の5問
	保健学科	$\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$ の4問
工学部	全学科	$\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$, $\boxed{5}$ の4問

$\boxed{1}$ 座標平面上の曲線 $C : y = x^2 + x + a$ が相異なる 2 点 A, B で x 軸と交わっているとする。また A, B における C の接線の交点を P とおくとき，$\angle \mathrm{APB} = 120^\circ$ であるとする。

(1) a の値を求めよ。

(2) $\triangle \mathrm{ABP}$ の面積 S を求めよ。

2 1個のさいころを4回投げ，出た目の数を左から順番に並べてできる4桁の整数をnとする。

(1) nが2の倍数になる確率を求めよ。

(2) nが3の倍数になる確率を求めよ。

(3) nが45の倍数になる確率を求めよ。

$\boxed{3}$ $0 < t < 3$ を満たす実数 t に対し，平面上の相異なる 4 点 O，A，B，C を次の条件 (a)，(b) を満たすようにとる。

(a) $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ のなす角を θ とするとき，$\tan\theta = \dfrac{1}{t+1}$

(b) $\overrightarrow{\mathrm{OA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OC}} = t - 3$，　$\overrightarrow{\mathrm{OB}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OC}} = 0$

線分 OA を $t : 1$ に内分する点を D とし，△OCD の面積を $S(t)$ とする。$S(t)$ の最大値を求めよ。

$\boxed{4}$ 数列 $\{a_n\}$ は

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = \frac{7a_n - 1}{4a_n + 3} \ (n = 1,\ 2,\ \cdots\cdots)$$

を満たすとする。

(1) $n = 1,\ 2,\ \cdots\cdots$ に対し，$a_n > \dfrac{1}{2}$ であることを示せ。

(2) $b_n = \dfrac{2}{2a_n - 1}$ $(n = 1,\ 2,\ \cdots\cdots)$ で定まる数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。

$\boxed{5}$ a を実数とする。座標平面上の曲線 $C : y = e^x(x^2 + 2x)$ と直線 $\ell : y = a$ について，次の問いに答えよ。

(1) C と ℓ がちょうど 2 点を共有するような a が満たす条件を求めよ。ただし，$\displaystyle\lim_{x \to -\infty} e^x(x^2 + 2x) = 0$ を用いてよい。

(2) (1) で求めた条件を満たす a に対し，C と ℓ で囲まれる領域と，不等式 $x \leqq 0$ が表す領域との共通部分の面積を $S(a)$ とおく。$S(a)$ の最大値と，そのときの a の値を求めよ。

$\boxed{6}$ θ が $-\dfrac{\pi}{2} \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{2}$ の範囲を動くとき，座標平面上の直線

$$y = (\sin\theta)x + \cos\theta$$

上の点 $(x,\ y)$ について，不等式

$$-|x| \leqq y \leqq \sqrt{x^2+1}$$

が成り立つことを示せ。

$\boxed{7}$　M は有限個の複素数からなる集合で，

(a)　$1 \in M$，$0 \notin M$

(b)　z，$w \in M$ ならば $zw \in M$

を満たすとする。$\alpha \in M$ とするとき，次の問いに答えよ。

(1)　$\alpha^n = 1$ となる自然数 n が存在することを示せ。

(2)　m を $\alpha^m = 1$ を満たす自然数のうち最小のものとする。このとき，

$$\cos\frac{2\pi}{m} + i\sin\frac{2\pi}{m} \in M$$

であることを示せ。