前期日程

平成 31 年度入学試験問題

数　学

注 意 事 項

1. この問題冊子は試験開始の合図があるまで開いてはいけない。
2. 解答用紙は問題冊子とは別になっているので，解答はすべて解答用紙の指定されたところに記入すること。また，解答用紙は問題ごとに別になっているので，注意すること。
3. 受験番号を解答用紙の指定されたところへ必ず記入すること。決して氏名を書いてはいけない。
4. この問題冊子は持ち帰ること。

解答にあたっての注意事項

受験者は下の表にしたがって，志望学部学科の問題を解答すること。

学 部	学 科	解 答 す る 問 題
経法学部	全学科	1，2，3，4 の 4 問
理学部	数学科	2，3，4，5，6，7 の 6 問
医学部	医学科	3，4，5，6，7 の 5 問
	保健学科	1，2，3，4 の 4 問
工学部	全学科	2，3，4，5 の 4 問

$\boxed{1}$ 初項 a で公差 d の等差数列の第 1 項から第 n 項で与えられるデータの平均と分散を求めよ。

2 座標平面上の $\vec{0}$ でないベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ は平行でないとする。$\vec{a}$ と $\vec{b}$ を位置ベクトルとする点をそれぞれ A，B とする。また，正の実数 x，y に対して $x\vec{a}$ と $y\vec{b}$ を位置ベクトルとする点をそれぞれ P，Q とする。線分 PQ が線分 AB を 2 : 1 に内分する点を通るとき，xy の最小値を求めよ。ただし，位置ベクトルはすべて原点 O を基準に考える。

3 n を 3 以上の整数とする。1，2，……，n の n 個の数から異なる 3 個を選んで，それらを小さい順に a，b，c とするとき，次の問いに答えよ。

(1) $n=8$ のとき，$a+b=c$ となる 3 個の数の組 (a, b, c) は何通りあるか。

(2) 一般の n について，$a+b=c$ となる 3 個の数の組 (a, b, c) は何通りあるか。

4 関数 $f(x)$ は，次をみたすとする。

$$f(x) = x^2 - \frac{3x}{5}\int_0^1 f(t)\,dt + 4$$

曲線 $C : y = f(x)$ と直線 $\ell : y = mx$ は，x 座標が正の点で接しているとする。

(1) m の値と接点の座標を求めよ。

(2) 直線 $x = 1$，直線 ℓ，および曲線 C で囲まれた領域の面積を求めよ。

5 次の問いに答えよ。

(1) $a > 1$ とする。不等式 $(1+t)^a \leqq K(1+t^a)$ がすべての $t \geqq 0$ に対して成り立つような実数 K の最小値を求めよ。

(2) $\displaystyle\int_0^{\pi} \left(1 + \sqrt[5]{1+\sin x}\right)^{10} dx < 6080$ を示せ。ただし，$\pi < 3.15$ であることを用いてよい。

6 次の問いに答えよ。

(1) $2^n - 1$ が 3 で割り切れるような自然数 n をすべて求めよ。

(2) $n^n - 1$ が 3 で割り切れるような自然数 n をすべて求めよ。

7 n を自然数，θ を実数とするとき，次の問いに答えよ。

(1) $\cos(n+2)\theta - 2\cos\theta\cos(n+1)\theta + \cos n\theta = 0$ を示せ。

(2) $\cos\theta = x$ とおくとき，$\cos 5\theta$ を x の式で表せ。

(3) $\cos^2\dfrac{\pi}{10}$ の値を求めよ。