

1998 年 度

Q—1

数 学

2月25日(水)

情 報 学 部

11:10 ~ 13:10

【前期日程】

工 学 部

注 意 事 項

試験開始前

- 1 監督者の指示があるまで、問題冊子、解答用紙に手を触れてはいけません。
- 2 監督者の指示に従って、全部の解答用紙(4枚)に問題記号と受験番号を記入しなさい。

試験開始後

- 3 この問題冊子は、4ページあります。はじめに、問題冊子、解答用紙を確かめ、枚数の不足や、印刷の不鮮明なもの、ページの落丁・乱丁があった場合は、手を挙げて監督者に申し出なさい。
- 4 解答はすべて別紙解答用紙に記入しなさい。
- 5 問題は、声を出して読んではいけません。
- 6 この問題冊子の余白は適宜利用してかまいません。
- 7 各問ごとの配点は、比率(%)で表示してあります。

試験終了後

- 8 問題冊子、下書き用紙は、必ず持ち帰りなさい。

1 四面体 $OABC$ とその内部の点 P があり、次の式をみたしている。

$$2\overrightarrow{OP} + 3\overrightarrow{AP} + 5\overrightarrow{BP} + 7\overrightarrow{CP} = \vec{0}$$

$\vec{a} = \overrightarrow{OA}$, $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$, $\vec{c} = \overrightarrow{OC}$, $\vec{p} = \overrightarrow{OP}$ とおくとき、次の問いに答えよ。

- (1) $\overrightarrow{AP}$ を $\vec{p}$, $\vec{a}$ で表せ。
- (2) $\vec{p}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ で表せ。
- (3) 直線 OP と底面 ABC との交点を T とするとき、 $\overrightarrow{OT}$ を $\vec{p}$ で表せ。
- (4) 4つの四面体、すなわち、四面体 $PABC$, 同 $PBCO$, 同 $PCOA$, 同 $POAB$ の体積の比を求めよ。

(配点 25 %)

2 3 次方程式 $x^3 - 3x + c = 0$ は相異なる 3 つの実数解をもつとする。解のうち
の任意の 1 つを α とするとき、次のことを証明せよ。

- (1) $-2 < c < 2$ である。
- (2) $-2 < \alpha < 2$ かつ $\alpha \neq \pm 1$ である。
- (3) $\alpha = 2 \cos \theta$ とおけば、他の 2 つの解は $2 \cos \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right)$,
 $2 \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right)$ と表すことができる。

(配点 25 %)

3 関数 $f(x)$, $g(x)$ および 2 次行列 $T(\theta)$ を次のように定義する。

$$f(x) = e^x \cos x, \quad g(x) = e^x \sin x, \quad T(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$

このとき、次の問いに答えよ。

(1) a を任意に与えられた実数として、

$$\begin{pmatrix} f'(x) \\ g'(x) \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} f(x) \\ g(x) \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} f(x+a) \\ g(x+a) \end{pmatrix} = B \begin{pmatrix} f(x) \\ g(x) \end{pmatrix}$$

となる 2 次行列 A , B を $kT(\theta)$ の形で表すときの実数 k , θ をそれぞれの場合について 1 組ずつ求めよ。

(2) a を任意に与えられた実数として、

$$\begin{pmatrix} f''(x+a) \\ g''(x+a) \end{pmatrix} = C \begin{pmatrix} f(x) \\ g(x) \end{pmatrix}$$

となる 2 次行列 C を同じように $kT(\theta)$ の形で表すときの実数 k , θ を 1 組求めよ。

(3) 正の実数 k によって、

$$\begin{pmatrix} f'''(x+a) \\ g'''(x+a) \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} f(x) \\ g(x) \end{pmatrix}$$

となるとする。このとき、 a の値を求めよ。ただし、 $0 \leq a < 2\pi$ とする。

(配点 25 %)

4

曲線 $C_1: y = (\log x)^2$ ($x > 0$) と、曲線 $C_2: y = \log(x^2)$ ($x > 0$)

について、次の問いに答えよ。

- (1) 関数 $f(x) = (\log x)^2$ ($x > 0$) について、関数の増減、極値、グラフの凹凸、および変曲点を調べて、曲線 C_1 の概形をかけ。
- (2) 曲線 C_1 と曲線 C_2 で囲まれた部分の面積を求めよ。

(配点 25 %)