

M 2

数 学

2月25日(木)

【前期日程】

情 報 学 部

理学部(物理学科, 化学科)

工 学 部

11:10 ~ 13:10

注 意 事 項

試験開始前

- 1 監督者の指示があるまで、問題冊子、解答用紙に手を触れてはいけません。
- 2 監督者の指示に従って、全部の解答用紙(4枚)に問題記号と受験番号を記入しなさい。

試験開始後

- 3 この問題冊子は、4ページあります。はじめに、問題冊子、解答用紙を確かめ、枚数の不足や、印刷の不鮮明なもの、ページの落丁・乱丁があった場合は、手を挙げて監督者に申し出なさい。
- 4 解答はすべて別紙解答用紙に記入しなさい。
- 5 問題は、声を出して読んではいけません。
- 6 この問題冊子の余白は適宜利用してかまいません。
- 7 各問ごとの配点は、比率(%)で表示してあります。

試験終了後

- 8 問題冊子、下書き用紙は、必ず持ち帰りなさい。

1 xy 平面上にある $\triangle ABC$ の辺 AB , BC , CA の長さをそれぞれ 15, 14, 13 とする。2 点 B , C の座標を $B(0, 0)$, $C(14, 0)$ とし、点 A の y 座標を正とする。このとき次の問いに答えよ。

- (1) A の座標を求めよ。
- (2) $\triangle ABC$ の外心を O とするとき、点 O の座標を求めよ。
- (3) $\overrightarrow{OA}$ を $\overrightarrow{OB}$ と $\overrightarrow{OC}$ を用いて表せ。
- (4) $\triangle ABC$ の内心を I とするとき、 $\overrightarrow{OI}$ を $\overrightarrow{OB}$ と $\overrightarrow{OC}$ を用いて表せ。

(配点 25 %)

2

次の問いに答えよ。

(1) $x > 0$ のとき, $(x + 2)e^{-x} + x - 2 > 0$ が成り立つことを示せ。

(2) 関数 $f(x) = \frac{\int_0^x (1 - e^{-t}) dt}{x^2}$ の $0 < x \leq 1$ における最小値を求めよ。

(3) $0 \leq x \leq 1$ のとき, $e^{-x} \geq 1 - x + \frac{x^2}{e}$ が成り立つことを示せ。

(配点 25 %)

3 定積分 I_n, J_n ($n = 0, 1, 2, \dots$) を

$$I_n = \int_0^{\pi} x^n \cos x \, dx, \quad J_n = \int_0^{\pi} x^n \sin x \, dx$$

とするとき、次の問いに答えよ。

- (1) $n \geq 1$ のとき、 I_n を J_{n-1} で表せ。
- (2) $n \geq 1$ のとき、 J_n を I_{n-1} で表せ。
- (3) 次の定積分の値を求めよ。

$$\int_{-\pi}^{\pi} (1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5) \cos x \, dx$$

(配点 25 %)

4

実数 $c (\neq \frac{1}{2})$ に対して、行列 A, B を次のように定める。

$$A = \frac{1}{2c-1} \begin{pmatrix} c & -c \\ 1-c & c-1 \end{pmatrix}, \quad B = \frac{1}{2c-1} \begin{pmatrix} c-1 & c \\ c-1 & c \end{pmatrix}$$

次の問いに答えよ。

- (1) AB, BA, A^2, B^2 を求めよ。
- (2) (1)の結果を用いて、自然数 n に対して $(A + cB)^n$ を推定せよ。その推定が正しいことを、数学的帰納法を用いて証明せよ。

(配点 25 %)