

1 $f(x)$ は x の 2 次の整式とする。 $f(x)$ を $x - 1$ で割ると余りが 2 であり、さらにこのときの商を $x - 2$ で割ると商が a 、余りが $4a$ である。ただし、 a は 0 でない実数とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) $f(x)$ を a を用いて表せ。
- (2) 放物線 $y = f(x)$ の頂点 A の座標を a を用いて表せ。
- (3) 点 A が円 $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$ の内部にあるとき、 a の値の範囲を求めよ。

(配点 25 %)

2 a を実数とする。関数 $f(x) = 2x^3 - 3(a+2)x^2 + 12ax$ について、次の問いに答えよ。

- (1) $f(x)$ が極値をもたないように a の値を定めよ。
- (2) $f(x)$ が極値をもつとき、極大値を a を用いて表せ。
- (3) $f(x)$ の極大値が 32 となるときの、 a の値を求めよ。

(配点 25 %)

3

x_n, y_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) は $x_n + iy_n = (1 + i)^n$ を満たす実数とする。
ただし, i は虚数単位である。このとき, 次の問いに答えよ。

- (1) x_{10}, y_{10} を求めよ。
- (2) $y_n = 0$ となるとき, n の満たす条件を求めよ。
- (3) $y_n = 0$ となるような x_n を, はじめから順に $a_1, a_2, a_3, \dots$ とする。

自然数 m に対して, $\sum_{k=1}^m a_k$ を求めよ。

(配点 25 %)

4 四角形 ABCD は、 $AD \parallel BC$ かつ $BC = k AD$ ($k > 0$) である台形とする。辺 CD を $1 : 2$ の比に内分する点を E、辺 AD の中点を F、線分 AE と線分 BF との交点を G とする。 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$ とおくと、次の問いに答えよ。

- (1) $\overrightarrow{AE}$ を k 、 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ を用いて表せ。
- (2) $\overrightarrow{AG} = s \overrightarrow{AE}$ 、 $\overrightarrow{BG} = t \overrightarrow{BF}$ (s, t は実数) とおくと、 s と t をそれぞれ k を用いて表せ。
- (3) $2 AB = AD$ 、 $\angle BAD = 120^\circ$ とする。 $2 AG = BG$ となるとき、 k の値を求めよ。

(配点 25 %)