

1 $x_n, y_n (n = 1, 2, 3, \dots)$ は $x_n + iy_n = (1 + i)^n$ を満たす実数とする。

ただし、 i は虚数単位である。このとき、次の問いに答えよ。

(1) x_{10}, y_{10} を求めよ。

(2) $y_n = 0$ となるとき、 n の満たす条件を求めよ。

(3) $y_n = 0$ となるような x_n を、はじめから順に $a_1, a_2, a_3, \dots$ とする。

自然数 m に対して、 $\sum_{k=1}^m a_k$ を求めよ。

(配点 25 %)

2

平面上に $\triangle ABC$ がある。実数 a, b, c は条件

$$(*) \quad a < 0, \quad b > 0, \quad c > 0, \quad a + b + c \neq 0$$

を満たし、点 P は $a\overrightarrow{PA} + b\overrightarrow{PB} + c\overrightarrow{PC} = \vec{0}$ を満たしている。また、辺 BC を $c:b$ の比に内分する点を D とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) $\overrightarrow{AD}$ を $\overrightarrow{AB}$ と $\overrightarrow{AC}$ を用いて表せ。
- (2) a, b, c が条件(*)を満たしながら動くとき、 P の存在する範囲を図示せよ。
- (3) $a = -1, b = 2, c = 3$ のとき、 $\triangle ABD$ と $\triangle CDP$ の面積の比を求めよ。

(配点 25 %)

3 行列 $A = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ \cos \beta & \sin \beta \end{pmatrix}$ について、次の問いに答えよ。

- (1) A が逆行列をもたないとき、 β を α を用いて表せ。
- (2) $A^2 = A$ を満たす A をすべて求めよ。

(配点 25 %)

4 関数 $f(x)$, $g(x)$ を

$$f(x) = \begin{cases} x^4 - x^2 + 6 & (|x| \leq 1) \\ \frac{12}{|x| + 1} & (|x| > 1) \end{cases}$$

$$g(x) = -\frac{1}{2} \cos 2\pi x + \frac{7}{2} \quad (|x| \leq 2)$$

で定義する。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) $f(x)$, $g(x)$ の増減を調べ、2 曲線 $C_1 : y = f(x)$, $C_2 : y = g(x)$ のグラフの概形を同じ座標平面上にかけ。
- (2) C_1, C_2 で囲まれた部分の面積を求めよ。

(配点 25 %)