

2006 年度

M 1

数 学

2 月 25 日(土)

【前 期 日 程】

教 育 学 部

理学部(生物科学科, 地球科学科) 13:00~14:20

農 学 部

注 意 事 項

試験開始前

- 1 監督者の指示があるまで, 問題冊子, 解答用紙に手を触れないでください。
- 2 監督者の指示に従って, 全部の解答用紙(4 枚)に受験番号を記入してください。

試験開始後

- 3 この問題冊子は, 4 ページあります。はじめに, 問題冊子, 解答用紙を確かめ, 枚数の不足や, 印刷の不鮮明なもの, ページの落丁・乱丁があった場合は, 手をあげて監督者に申し出てください。
- 4 解答は, すべて別紙解答用紙に記入してください。
- 5 解答スペースが不足するときは, 解答用紙の裏面も使用することが出来ます。ただし, その場合は, 表面に「裏へつづく」と明記してください。
- 6 問題は, 声を出して読むはいけません。
- 7 各問ごとの配点は, 比率(%)で表示してあります。

試験終了後

- 8 問題冊子は, 必ず持ち帰ってください。

1 関数 $f(x) = |x^2 - 4x + 3|$ について、次の問いに答えよ。

- (1) $y = f(x)$ のグラフをかけ。
- (2) 関数 $F(x) = \int_0^x f(t)dt$ を x の式で表せ。ただし、 $x \geq 0$ とする。
- (3) $F(x) = 2$ を満たす x を求めよ。

(配点 25%)

2 座標平面上に2円 $C_1 : (x+2)^2 + y^2 = 4$, $C_2 : (x-a)^2 + y^2 = 1$ (a は実数) がある。 C_1 , C_2 上にない点 $P(x, y)$ から C_1 に引いた1つの接線の接点を S_1 とし, C_2 に引いた1つの接線の接点を S_2 とする。このとき, $PS_2^2 - PS_1^2 = 3$ を満たす点 $P(x, y)$ について, 次の問いに答えよ。

- (1) $a = 2$ のとき, 点 P の軌跡を求めよ。
- (2) $a > -2$ を満たすように a を定めたとき, 点 P の軌跡を求めよ。

(配点 25%)

3 座標平面の第1象限にある点 $(\cos \theta, \sin \theta)$ ($0^\circ < \theta < 90^\circ$) を A とし、原点 O に関して A と対称な点を B とする。2次関数 $y = x^2 + ax + b$ のグラフが2点 A, B を通るとき、次の問いに答えよ。

- (1) a, b を θ を用いて表せ。また、 $y = x^2 + ax + b$ のグラフの頂点の y 座標を θ を用いて表せ。
- (2) 2次関数 $y = x^2 + ax + b$ のグラフ上の点 $P(x, y)$ が $x > \cos \theta$ を満たすとき、ベクトル $\overrightarrow{OP}$ と $\overrightarrow{OA}$ の内積は1より大きいことを示せ。
- (3) θ が変化するとき、(1) で求めた頂点の y 座標の最大値と、そのときの θ を求めよ。

(配点 25%)

4 $a_1 = 1$ で, $a_n < a_{n+1}$ ($n = 1, 2, \dots$) を満たす数列 $\{a_n\}$ がある。3 直線 $x = a_n$, $x = a_{n+1}$, $y = 2x$ および曲線 $y = 3x^2$ で囲まれた部分の面積が $3n^2 + n$ であるとする。次の問いに答えよ。

(1) $b_n = a_n^3 - a_n^2$ とおくとき, b_{n+1} を b_n , n を用いて表せ。

(2) 一般項 a_n を n を用いて表せ。

(配点 25%)