

2009 年度

M 1

数 学

2 月 25 日(水)
【前期日程】

教 育 学 部
理学部 (生物科学科, 地球科学科) 13:00 ~ 14:20
農 学 部

注 意 事 項

試験開始前

- 1 監督者の指示があるまで, 問題冊子, 解答用紙に手を触れないでください。
- 2 監督者の指示に従って, 全部の解答用紙(4枚)に受験番号を記入してください。

試験開始後

- 3 この問題冊子は, 4 ページあります。はじめに, 問題冊子, 解答用紙を確かめ, 枚数の不足や, 印刷の不鮮明なもの, ページの落丁・乱丁があった場合は, 手をあげて監督者に申し出てください。
- 4 解答は, すべて別紙解答用紙に記入してください。
- 5 解答スペースが不足するときは, 解答用紙の裏面も使用することが出来ます。ただし, その場合は, 表面に「裏へつづく」と明記してください。
- 6 問題は, 声を出して読むはいけません。
- 7 各問ごとの配点は, 比率(%)で表示してあります。

試験終了後

- 8 問題冊子は, 必ず持ち帰ってください。

1 次の問いに答えよ。

- (1) すべての自然数 n に対して、 $4^{n+1} + 5^{2n-1}$ は 21 で割り切れることを証明せよ。
- (2) 次の条件を満たす定数でない多項式 $f(x)$ を推定し、その推定が正しいことを証明せよ。
 - (a) $f(4) = 21$
 - (b) すべての自然数 n に対して、 $x^{n+1} + (x+1)^{2n-1}$ は $f(x)$ で割り切れる。

(配点 25 %)

2 放物線 $y = x^2 - x$ を C とする。 C 上の 2 点 $A(\alpha, \alpha^2 - \alpha)$, $B(\beta, \beta^2 - \beta)$ における接線をそれぞれ l, l' とし, その交点を P とする。このとき, 次の問いに答えよ。ただし, $\alpha < \beta$ とする。

(1) 放物線 C および 2 つの接線 l, l' で囲まれた図形の面積 S を α, β で表せ。

(2) k を正の定数とする。点 P が放物線 $y = x^2 - x - k$ 上にあるとき, 面積 S を k で表せ。

(配点 25 %)

3 四面体 ABCD において、 $\triangle BCD$ の重心を G とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) ベクトル \overrightarrow{AG} をベクトル \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} , \overrightarrow{AD} で表せ。
- (2) 線分 AG を 3 : 1 に内分する点を E, $\triangle ACD$ の重心を F とする。このとき、3 点 B, E, F は一直線上にあり、E は BF を 3 : 1 に内分する点であることを示せ。
- (3) $BA = BD$, $CA = CD$ であるとき、2 つのベクトル \overrightarrow{BF} と \overrightarrow{AD} は垂直であることを示せ。

(配点 25 %)

4 2人でさいころを1つずつ投げ、出た目の大きい方が勝ち、同じなら引き分けというゲームを行う。それぞれのゲームにおいて得点は、勝った方が3点、負けた方が0点、引き分けの場合は双方1点とする。このゲームをA, B, Cの3人が総当たりで行い、総得点を競うものとする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) AとBがゲームを行ったとき、Aが勝つ確率と引き分けになる確率をそれぞれ求めよ。
- (2) Aの総得点の期待値を求めよ。
- (3) Aの総得点がB, Cそれぞれの総得点より多くなる確率を求めよ。

(配点 25%)