

2009 年度

M 2

数 学

2月25日(水) 情報学部(情報科学科) 13:00 ~ 15:00
【前期日程】 理学部(物理学科, 化学科)
工学部

注 意 事 項

試験開始前

- 1 監督者の指示があるまで、問題冊子、解答用紙に手を触れないでください。
- 2 監督者の指示に従って、全部の解答用紙(4枚)に受験番号を記入してください。

試験開始後

- 3 この問題冊子は、4ページあります。はじめに、問題冊子、解答用紙を確かめ、枚数の不足や、印刷の不鮮明なもの、ページの落丁・乱丁があった場合は、手をあげて監督者に申し出てください。
- 4 解答は、すべて別紙解答用紙に記入してください。
- 5 解答スペースが不足するときは、解答用紙の裏面も使用することが出来ます。ただし、その場合は、表面に「裏へつづく」と明記してください。
- 6 問題は、声を出して読むはいけません。
- 7 各問ごとの配点は、比率(%)で表示してあります。

試験終了後

- 8 問題冊子は、必ず持ち帰ってください。

1 四面体 ABCD において、 $\triangle BCD$ の重心を G とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) ベクトル \vec{AG} をベクトル \vec{AB} , \vec{AC} , \vec{AD} で表せ。
- (2) 線分 AG を 3 : 1 に内分する点を E, $\triangle ACD$ の重心を F とする。このとき、3 点 B, E, F は一直線上にあり、E は BF を 3 : 1 に内分する点であることを示せ。
- (3) $BA = BD$, $CA = CD$ であるとき、2 つのベクトル \vec{BF} と \vec{AD} は垂直であることを示せ。

(配点 25 %)

2 放物線 $y = x^2 - x$ を C とする。 C 上の 2 点 $A(\alpha, \alpha^2 - \alpha)$, $B(\beta, \beta^2 - \beta)$ における接線をそれぞれ l, l' とし, その交点を P とする。このとき, 次の問いに答えよ。ただし, $\alpha < \beta$ とする。

(1) 放物線 C および 2 つの接線 l, l' で囲まれた図形の面積 S を α, β で表せ。

(2) k を正の定数とする。点 P が放物線 $y = x^2 - x - k$ 上にあるとき, 面積 S を k で表せ。

(配点 25 %)

3 n を自然数とし, $f_n(x) = \frac{2nx}{x^2 + n^2}$ ($x \geq 0$) とする。このとき, 次の問いに答えよ。

(1) 関数 $y = f_n(x)$ のグラフをかけ。

(2) 2 曲線 $y = f_n(x)$, $y = f_{n+1}(x)$ で囲まれた図形の面積 S_n を求めよ。

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ を求めよ。必要ならば, $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$ を用いてよい。

(配点 25 %)

4 行列 $A = \begin{pmatrix} -1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & -1 \end{pmatrix}$ について、次の問いに答えよ。

(1) $A + A^2 + A^3$ を求めよ。

(2) 自然数 n に対して、 $A + A^2 + A^3 + \cdots + A^{3n-1} + A^{3n}$ を求めよ。

(配点 25 %)