

2010 年度

M 2

# 数 学

2 月 25 日(木)

【前 期 日 程】

情 報 学 部 (情報科学科)

理学部 (物理学科, 化学科)

工 学 部

13:00 ~ 15:00

## 注 意 事 項

### 試験開始前

- 1 監督者の指示があるまで, 問題冊子, 解答用紙に手を触れないでください。
- 2 監督者の指示に従って, 全部の解答用紙(4 枚)に受験番号を記入してください。

### 試験開始後

- 3 この問題冊子は, 4 ページあります。はじめに, 問題冊子, 解答用紙を確かめ, 枚数の不足や, 印刷の不鮮明なもの, ページの落丁・乱丁があった場合は, 手をあげて監督者に申し出てください。
- 4 解答は, すべて別紙解答用紙に記入してください。
- 5 解答スペースが不足するときは, 解答用紙の裏面も使用することが出来ます。ただし, その場合は, 表面に「裏へつづく」と明記してください。
- 6 問題は, 声を出して読むはいけません。
- 7 各問ごとの配点は, 比率(%)で表示してあります。

### 試験終了後

- 8 問題冊子は, 必ず持ち帰ってください。

**1**  $k$  を定数とする。2 次方程式  $x^2 + (3k - 2)x + 4k = 0$  が 2 つの実数解  $\alpha, \beta$  をもち、 $\alpha, \beta$  は  $0 < \alpha < 1 < \beta$  を満たすものとする。このとき、次の問いに答えよ。

(1)  $k$  の値の範囲を求めよ。

(2)  $(\beta - \alpha)^2$  を  $k$  を用いて表せ。

(3)  $\alpha$  と  $\beta$  の差が整数であるときの  $k$  および  $\alpha, \beta$  の値を求めよ。

(配点 25 %)

**2**  $xy$  平面上で, 点  $A(-1, 0)$  を中心とする円  $C_1$  と点  $B(1, 0)$  を中心とする円  $C_2$  が原点  $O$  で外接している。点  $P$  は円  $C_1$  上を, 点  $Q$  は円  $C_2$  上を, それぞれ正の向きに回転する。今,  $P, Q$  が同時に原点を出発して,  $Q$  は  $P$  の 2 倍の速さで回転する。このとき, 次の問いに答えよ。

(1)  $\angle OAP = \theta$  とするとき,  $P, Q$  の座標をそれぞれ  $\theta$  を用いて表せ。

(2) 線分  $PQ$  の長さの最大値を求めよ。

(配点 25 %)

**3** 数列  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$  は次の性質を満たすものとする。

(i)  $a_1 = 3, b_1 = 2$

(ii)  $a_{n+1} = 6a_n - b_n, b_{n+1} = 2a_n + 3b_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$

このとき、次の問いに答えよ。

(1)  $c_n = -a_n + b_n, d_n = 2a_n - b_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$

で定められる数列  $\{c_n\}, \{d_n\}$  が満たす漸化式を求めよ。

(2) (1) で定めた  $c_n, d_n$  を求めよ。

(3)  $a_n, b_n$  を求めよ。

(配点 25 %)

**4** 連立不等式

$$x^2 + y^2 \leq 1, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0$$

の表す領域を  $D$ , 原点を通る傾き  $\tan \theta$   $\left(-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}\right)$  の直線を  $\ell$  とする。 $D$  を  $\ell$  のまわりに 1 回転させてできる回転体の体積を  $V$  とするとき, 次の問いに答えよ。

(1)  $-\frac{\pi}{2} < \theta < 0$  のとき,  $V$  を  $\theta$  を用いて表せ。

(2)  $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$  のとき,  $V$  の最大値, 最小値を求めよ。

(配点 25 %)